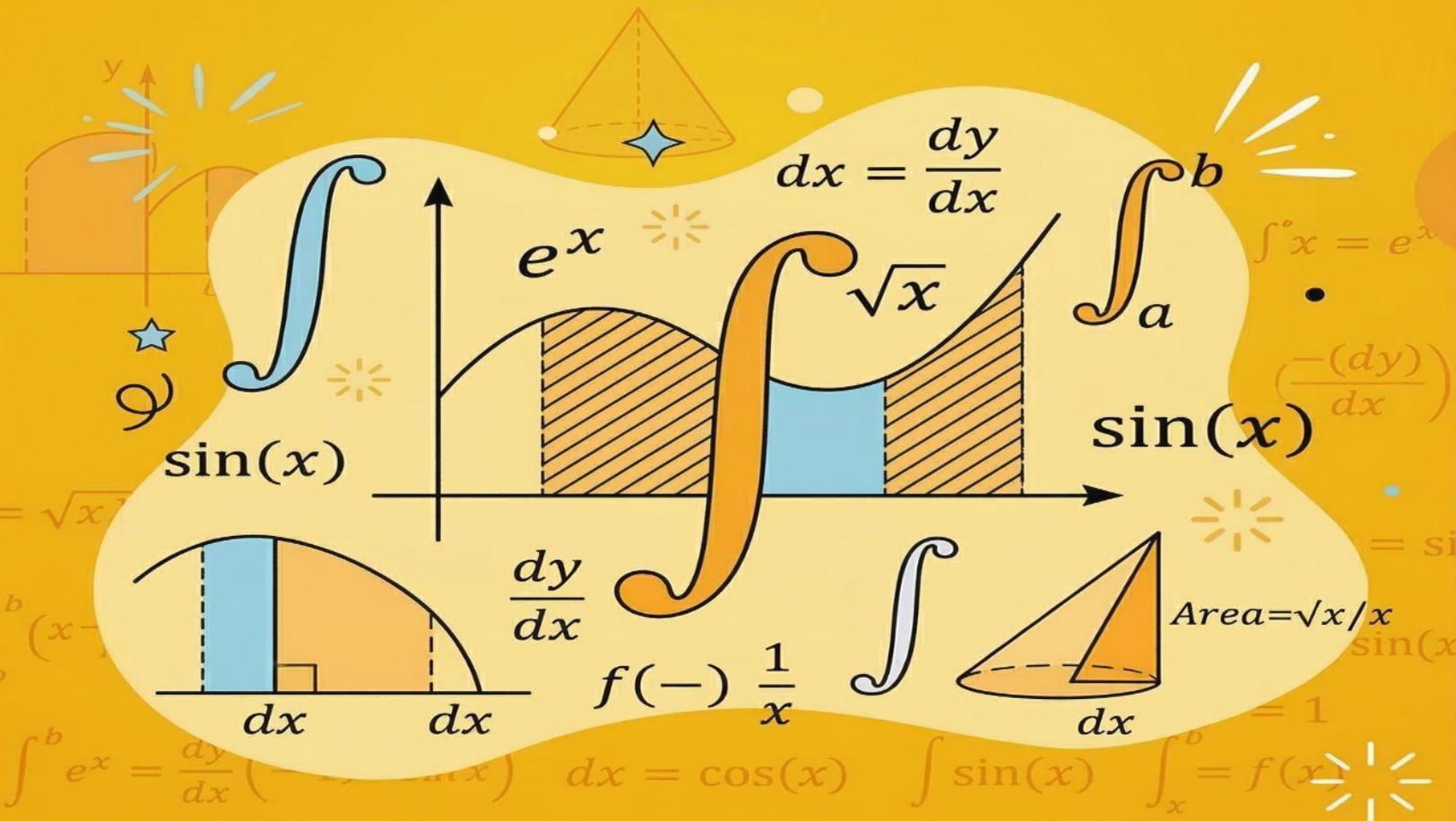


# أسئلة اختبارات السنوات

PREVIOUS YEARS' EXAMINATION QUESTIONS

## وحدة التكامل INTEGRATION UNIT

للف الثاني عشر متقدم  
FOR 12<sup>th</sup> GRADE ADVANCED



إعداد: مجدي السيد  
Prepared by Magdy Elsayed

[www.magdymath.com](http://www.magdymath.com)

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## SIGMA NOTATION

امتحان 2023/2024

استخدم رمز سيجمما لحساب المجموع التالي:

Use sigma notation to compute the basic summation:

$$\sum_{t=6}^{10} (t + 4)$$

A 60



B 95

C 40

D 220

فكرة الحل: المجموع من 6 إلى 10 (5 حدود). بالتعويض المباشر:

$$(6 + 4) + (7 + 4) + (8 + 4) + (9 + 4) + (10 + 4) \\ = 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 60$$

## PIECEWISE INTEGRALS

امتحان 2023/2024

أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة المتفرعة التالية:

Evaluate the definite integral for the piecewise function:

$$\int_0^3 f(x) dx \quad \text{where } f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

A 6

B 9



C 16

D 21

فكرة الحل: نجزئ التكامل عند نقطة التشعب (2):

$$\int_0^2 4x dx + \int_2^3 1 dx = [2x^2]_0^2 + [x]_2^3 \\ = (8 - 0) + (3 - 2) = 8 + 1 = 9$$

## TRIG INTEGRALS

امتحان 2023/2024

أوجد قيمة التكامل المحدود للدوال المثلثية:

Evaluate the definite trigonometric integral:

$$\int_0^{\pi/4} (\sin x - \cos x) dx$$

A  $1 - \sqrt{2}$ B  $\sqrt{2} - 1$ C  $1 + \sqrt{2}$ 

D 0

فكرة الحل: تكامل السايين هو (-كوزاين) والكوزاين هو (سايين):

$$[-\cos x - \sin x]_0^{\pi/4} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - (-\cos 0 - \sin 0) \\ = -\sqrt{2} - (-1 - 0) = 1 - \sqrt{2}$$

## FTC PART II

امتحان 2022/2023

أوجد مشتقة الدالة التالية (النظرية الأساسية):

Find the derivative of the following function (FTC):

$$F'(x) \text{ for } F(x) = \int_{x^2}^5 \ln t dt$$

A  $2x \ln(x^2)$ B  $-2x \ln(x^2)$ C  $\ln(x^2)$ D  $-2x/x^2$ 

فكرة الحل: نعكس الحدود ثم نشقق ونضرب في مشتقة الحد الأعلى:

$$F(x) = -\int_5^{x^2} \ln t dt \Rightarrow F'(x) = -[\ln(x^2)] \cdot \frac{d}{dx}(x^2) \\ F'(x) = -2x \ln(x^2)$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## INTEGRAL PROPERTIES

امتحان 2021/2022

عبر عن المقدار التالي بصورة تكامل منفرد:

Write the following expression as a single integral:

$$\int_0^5 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$$

A  $\int_0^2 f(x)dx$



B  $\int_2^0 f(x)dx$

C  $\int_0^5 f(x)dx$

D  $\int_2^5 f(x)dx$

فكرة الحل: باستخدام خاصية الإضافة، فإن المسار من 0 إلى 5 مطروحاً منه المسار من 2 إلى 5 يترك لنا المسار من 0 إلى 2.

$$\int_0^5 f = \int_0^2 f + \int_2^5 f$$

$$\int_0^5 f - \int_2^5 f = \int_0^2 f(x)dx$$

## DEFINITE AREA

امتحان 2021/2022

عبر عن المساحة المحصورة فوق محور  $x$  وتحت المنحنى  $y = 4 - x^2$  بصورة تكامل:Write the area above the  $x$ -axis and below  $y = 4 - x^2$  as an integral:

Area = ?

A  $\int_0^2 (4 - x^2)dx$

B  $\int_{-2}^2 (4 - x^2)dx$



C  $\int_{-2}^2 -(4 - x^2)dx$

D  $\int_0^4 (x^2 - 4)dx$

فكرة الحل: نوجد نقاط التقاطع مع محور  $x$  بوضع  $x = \pm 2$   $\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow y = 0$ . المساحة هي التكامل بين الجذرين.

$$4 - x^2 = 0 \rightarrow x = 2, x = -2$$

$$Area = \int_{-2}^2 (4 - x^2)dx$$

## LINEARITY OF INTEGRALS

امتحان 2021/2022

إذا كان  $\int_1^3 f(x)dx = 5$  و  $\int_1^3 g(x)dx = -3$ ، أوجد قيمة:Given  $\int_1^3 f(x)dx = 5$  and  $\int_1^3 g(x)dx = -3$ , find the value of:

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx$$

A 7

B 8

C 13



D 2

فكرة الحل: نستخدم خاصية التوزيع والضرب في ثابت. نوزع التكامل على الطرح ونخرج الثوابت.

$$2 \int_1^3 f(x)dx - \int_1^3 g(x)dx$$

$$= 2(5) - (-3) = 10 + 3 = 13$$

## AVERAGE VALUE

امتحان 2020/2021

أوجد القيمة المتوسطة للدالة  $f(x) = 3x^2 - 2x$  على الفترة  $[0, 2]$ :Find the average value of  $f(x) = 3x^2 - 2x$  on the interval  $[0, 2]$ :

$$f_{ave} = ?$$

A 2



B 4

C 6

D 1

فكرة الحل: نطبق قانون القيمة المتوسطة  $f_{ave} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)dx$ .

$$f_{ave} = \frac{1}{2-0} \int_0^2 (3x^2 - 2x)dx = \frac{1}{2} [x^3 - x^2]_0^2$$

$$= \frac{1}{2} [(8 - 4) - 0] = \frac{4}{2} = 2$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## ABSOLUTE VALUE INTEGRAL

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل المحدود لدالة القيمة المطلقة التالية:

Evaluate the definite integral for the absolute value function:

$$\int_0^4 |x - 2| dx$$

A 2

B 4

C 8

D 0

فكرة الحل: نعيد تعريف الدالة حول  $x = 2$ . التكامل يمثل مساحة مثلثين متطابقين.

$$\int_0^2 (-x + 2) dx + \int_2^4 (x - 2) dx = \left[-\frac{1}{2}x^2 + 2x\right]_0^2 + \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_2^4$$

$$= ((-2 + 4) - 0) + ((8 - 8) - (2 - 4)) = 2 + 2 = 4$$

## KINEMATICS (DISPLACEMENT)

امتحان 2021/2022

يتحرك جسم بسرعة متجهة  $v(t) = 3t^2 - 6t$ . أوجد الإزاحة في الفترة  $[0, 3]$ :An object moves with velocity  $v(t) = 3t^2 - 6t$ . Find the displacement on  $[0, 3]$ :

$$\Delta s = ?$$

A 0

B 4

C 8

D 2

فكرة الحل: الإزاحة هي التكامل المباشر للدالة دون الحاجة لاستخدام القيمة المطلقة.

$$\Delta s = \int_0^3 (3t^2 - 6t) dt = [t^3 - 3t^2]_0^3$$

$$= (27 - 27) - (0) = 0$$

## DEFINITE INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2020/2021

استخدم التعويض لحساب قيمة التكامل المحدود:

Use substitution to evaluate the definite integral:

$$\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$$

A 15/4

B 15/8

C 1

D 2

فكرة الحل: نفرض  $u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x dx$ . نغير الحدود:  $x = 0 \rightarrow u = 1$  و  $x = 1 \rightarrow u = 2$ .

$$\frac{1}{2} \int_1^2 u^3 du = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{4}u^4\right]_1^2$$

$$= \frac{1}{8} (16 - 1) = \frac{15}{8}$$

## MEAN VALUE THEOREM FOR INTEGRALS

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة  $c$  التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة  $f(x) = 2x$  على  $[0, 4]$ :Find  $c$  satisfying the Mean Value Theorem for  $f(x) = 2x$  on  $[0, 4]$ :

$$f(c) = f_{ave}$$

A 1

B 2

C 3

D 4

فكرة الحل: نحسب المتوسط  $f_{ave}$  أولاً، ثم نساويه بالدالة  $f(c)$ .

$$f_{ave} = \frac{1}{4-0} \int_0^4 2x dx = \frac{1}{4} [x^2]_0^4 = \frac{16}{4} = 4$$

$$f(c) = 2c = 4 \Rightarrow c = 2$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### EXPONENTIAL ANTIDERIVATIVE

امتحان 2023/2024

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة التالية:

Find the general antiderivative of the function:

$$\int \frac{e^x + 4}{e^x} dx$$

A  $\ln|e^x + 4| + C$

B  $x + 4e^x + C$

C  $x - 4e^{-x} + C$  ✓

D  $x - 4e^x + C$

فكرة الحل: نقوم بتوزيع البسط على المقام لتبسيط الدالة قبل البدء في عملية التكامل.

$$\begin{aligned} \int \left( \frac{e^x}{e^x} + \frac{4}{e^x} \right) dx &= \int (1 + 4e^{-x}) dx \\ &= x + \frac{4e^{-x}}{-1} + C = x - 4e^{-x} + C \end{aligned}$$

### KINEMATICS (POSITION FUNCTION)

امتحان 2023/2024

حدد الدالة المكانية إذا كانت  $a(t) = t^2 + 1$  و  $v(0) = 4$  و  $s(0) = 0$ :

Determine the position function if  $a(t) = t^2 + 1$ ,  $v(0) = 4$  and  $s(0) = 0$ :

$$s(t) = ?$$

A  $s(t) = \frac{t^4}{12} + \frac{t^2}{2} + 4t$  ✓

B  $s(t) = \frac{t^3}{3} + t + 4$

C  $s(t) = \frac{t^4}{12} + t^2 + 4t$

D  $s(t) = \frac{t^3}{3} + 2t + 4$

فكرة الحل: نكامل التسارع مرتين لإيجاد الموقع، مع استخدام الشروط الابتدائية لإيجاد ثوابت التكامل.

$$\begin{aligned} v(t) &= \int (t^2 + 1) dt = \frac{t^3}{3} + t + 4 \quad (\text{since } v(0) = 4) \\ s(t) &= \int \left( \frac{t^3}{3} + t + 4 \right) dt = \frac{t^4}{12} + \frac{t^2}{2} + 4t + 0 \quad (\text{since } s(0) = 0) \end{aligned}$$

### AREA ESTIMATION (RIGHT ENDPOINT)

امتحان 2023/2024

قدر المساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى من الجدول:

Estimate the area under the curve using right-endpoint evaluation:

0.80	0.60	0.40	0.20	0	x
1.6	1.4	1.6	2.2	0	f(x)

A 1.36 ✓

B 1.44

C 6.8

D 7.2

فكرة الحل: طول الفترة  $\Delta x = 0.2$ . نستخدم قيم  $f(x)$  عند نقاط النهاية اليمنى (من 0.2 إلى 0.8).

$$\begin{aligned} \text{Area} &\approx 0.2 \times (2.2 + 1.6 + 1.4 + 1.6) \\ &= 0.2 \times 6.8 = 1.36 \end{aligned}$$

### TRIGONOMETRIC ANTIDERIVATIVE

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة المثلثية:

Find the general antiderivative of the trigonometric function:

$$\int 2 \sec x \tan x dx$$

A  $2 \sec x + C$  ✓

B  $2 \sec^2 x + C$

C  $2 \tan^2 x + C$

D  $2 \tan x + C$

فكرة الحل: هذا تكامل مباشر يعتمد على حفظ مشتقات الدوال المثلثية؛ فمشتقة القاطع  $(\sec x)$  هي  $(\sec x \tan x)$ .

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} (\sec x) &= \sec x \tan x \\ \int 2 \sec x \tan x dx &= 2 \sec x + C \end{aligned}$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

FTC PART II

امتحان 2023/2024

احسب المشتقة  $f'(x)$  للدالة المعرفة بالتكامل التالي:

Compute  $f'(x)$  for the function defined as:

$$f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4) dt$$

A  $(\sin^2 x + 4) \cos x - 3(9x^2 + 4)$  ✓

B  $(\sin^2 x + 4) - (9x^2 + 4)$

C  $(\sin^2 x + 4) \cos x + 3(9x^2 + 4)$

D  $2 \sin x \cos x - 18x$

فكرة الحل: نطبق قاعدة السلسلة للنظرية الأساسية: (تعويض الحد العلوي × مشتقته) - (تعويض الحد السفلي × مشتقته).

$$f'(x) = [(\sin x)^2 + 4] \cdot (\cos x) - [(3x)^2 + 4] \cdot (3)$$

$$f'(x) = (\sin^2 x + 4) \cos x - 3(9x^2 + 4)$$

EXACT AREA

امتحان 2023/2024

أوجد المساحة الدقيقة تحت المنحنى على الفترة  $[0, 1]$  باستخدام النهايات:

Find the exact area under the curve on  $[0, 1]$  using limits:

$$y = f(x) = x^2 + 1$$

A 1

B  $\frac{4}{3}$  ✓

C  $\frac{5}{3}$

D 2

فكرة الحل: المساحة الدقيقة تعادل التكامل المحدود للدالة على الفترة المعطاة.

$$Area = \int_0^1 (x^2 + 1) dx = \left[ \frac{x^3}{3} + x \right]_0^1$$

$$= \left( \frac{1}{3} + 1 \right) - 0 = \frac{4}{3}$$

INTEGRATION RULES

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة التالية:

Find the general antiderivative of the following function:

$$\int (3x^4 - 3x) dx$$

A  $12x^3 - 3 + C$

B  $0.6x^5 - 1.5x^2 + C$  ✓

C  $3x^5 - 3x^2 + C$

D  $x^5 - x^2 + C$

فكرة الحل: نستخدم قاعدة القوة للتكامل بزيادة الأس وقسمة المعامل على الأس الجديد.

$$\int 3x^4 dx - \int 3x dx = \frac{3x^5}{5} - \frac{3x^2}{2} + C$$

$$= 0.6x^5 - 1.5x^2 + C$$

LOGARITHMIC SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية باستخدام التكامل بالتعويض:

Find the general antiderivative using substitution:

$$\int \frac{2x}{x^2 + 4} dx$$

A  $x^2 + 4 + C$

B  $\ln(x^2 + 4) + C$  ✓

C  $(x^2 + 4)^2 + C$

D  $\ln(x^2 + 2x) + C$

فكرة الحل: بما أن مشتقة المقام موجودة في البسط، فإن ناتج التكامل هو اللوغاريتم الطبيعي للمقام.

$$\text{Let } u = x^2 + 4 \implies du = 2x dx$$

$$\int \frac{1}{u} du = \ln |u| + C = \ln(x^2 + 4) + C$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## TRIGONOMETRIC SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل غير المحدد التالي:

Evaluate the indefinite integral:

$$\int \tan 2x \, dx$$

A  $-\cot 2x + C$

B  $\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + C$

C  $-\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$  ✓

D  $\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$

فكرة الحل: نحول الظل إلى نسبة (جيب / جيب تمام)، ثم نستخدم التعويض بفرض المقام  $u$ . [cite: 852-858]

$$\int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} \, dx \Rightarrow \text{Let } u = \cos 2x \Rightarrow du = -2 \sin 2x \, dx$$

$$-\frac{1}{2} \int \frac{1}{u} \, du = -\frac{1}{2} \ln |u| + C = -\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$$

## INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل التالي باستخدام التعويض:

Evaluate the following integral using substitution:

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} \, dx$$

A  $\frac{1}{8}(x^4 + 3)^{3/2} + C$  ✓

B  $\frac{1}{4}(x^4 + 3)^{3/2} + C$

C  $\frac{1}{8}(x^4 + 3)^{1/2} + C$

D  $\frac{3}{2}(x^4 + 3)^{1/2} + C$

فكرة الحل: نفرض  $u$  ما تحت الجذر، حيث مشتقته  $(4x^3)$  موجودة خارج الجذر ويتبقى منها ثابت. [cite: 876-879]

$$\text{Let } u = x^4 + 3 \Rightarrow du = 4x^3 \, dx \Rightarrow \frac{1}{4} du = x^3 \, dx$$

$$\frac{1}{4} \int \sqrt{u} \, du = \frac{1}{4} \left( \frac{2}{3} u^{3/2} \right) = \frac{1}{6} u^{3/2} + C$$

## EXPONENTIAL INTEGRATION

امتحان 2022/2023

أوجد ناتج التكامل التالي (تبسيط الأسس):

Evaluate the following integral (Simplify exponents):

$$\int \left( \frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}} \right) dx$$

A  $-e^{-x} - 2x + C$  ✓

B  $e^{-x} - x + C$

C  $-e^{-x} - 2xe^x + C$

D  $e^x - 2x + C$

فكرة الحل: نقوم بتوزيع البسط على المقام لتبسيط الدالة لسهولة التكامل. [cite: 860-872]

$$\int \left( \frac{e^{2x}}{e^{3x}} - \frac{2e^{3x}}{e^{3x}} \right) dx = \int (e^{-x} - 2) dx$$

$$= \frac{e^{-x}}{-1} - 2x + C = -e^{-x} - 2x + C$$

## LINEARITY PROPERTIES

امتحان 2022/2023

إذا كان  $\int_2^4 f(x) dx = -5$  و  $\int_2^4 g(x) dx = 3$ ، أوجد قيمة:Given  $\int_2^4 f = -5$  and  $\int_2^4 g = 3$ , evaluate:

$$\int_2^4 [4g(x) - 3f(x)] dx$$

A 27 ✓

B -3

C 1

D 2

فكرة الحل: نستخدم خاصية خطية التكامل بتوزيع التكامل على الطرح وإخراج الثوابت. [cite: 880-885]

$$4 \int_2^4 g(x) dx - 3 \int_2^4 f(x) dx$$

$$= 4(3) - 3(-5) = 12 + 15 = 27$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## INTEGRAL MEAN VALUE THEOREM

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة  $c$  التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للتكامل للدالة  $f(x) = 3x^2$  على الفترة  $[0, 2]$ :Find a value of  $c$  that satisfies the Mean Value Theorem for Integrals of  $f(x) = 3x^2$  on  $[0, 2]$ :

A  $2/\sqrt{3}$  ✓

B  $-2/\sqrt{3}$

C  $\sqrt{3}$

D 1

فكرة الحل: نستخدم القانون  $f(c) = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$ . نعوض بالقيم المعطاة لإيجاد القيمة المتوسطة ثم نساويها بالدالة. [cite: 904, 905]

$$f_{ave} = \frac{1}{2-0} \int_0^2 3x^2 dx = \frac{1}{2} [x^3]_0^2 = \frac{8}{2} = 4$$

$$f(c) = 3c^2 = 4 \Rightarrow c^2 = \frac{4}{3} \Rightarrow c = \frac{2}{\sqrt{3}} \approx 1.15 \in [0, 2]$$

## AREA ESTIMATION

امتحان 2022/2023

استخدم قيم الجدول لتقدير المساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى:

Use the table values to estimate the area under the curve using right-endpoint evaluation:

1.8	1.4	1.2	1.0	x
1.20	0.60	0.40	0.0	f(x)

A 0.6 ✓

B 0.36

C 3

D 4.76

فكرة الحل: طول كل فترة  $\Delta x = 0.2$ . نجمع قيم  $f(x)$  عند نقاط النهاية اليمنى (ابتداءً من  $x = 1.2$ ) ونضرب في  $\Delta x$ . [cite: 915, 918]

$$\begin{aligned} \text{Area} &\approx 0.2 \times [f(1.2) + f(1.4) + f(1.6) + f(1.8)] \\ &= 0.2 \times [0.4 + 0.6 + 0.8 + 1.2] = 0.2 \times 3.0 = 0.6 \end{aligned}$$

## TANGENT LINE EQUATION

امتحان 2022/2023

أوجد معادلة خط المماس للدالة  $y = \int_2^x \cos(\pi t^3) dt$  عند  $x = 2$ :Find the equation of the tangent line to the function at  $x = 2$ :

A  $y = x - 2$  ✓

B  $y = 0$

C  $y = 1$

D  $y = x + 2$

فكرة الحل: عند  $x = 2$  تكون  $y = 0$  (تساوي الحدود). نشتق الدالة لإيجاد الميل  $m = y'(2) = \cos(\pi \cdot 2^3) = \cos(8\pi) = 1$ . [cite: 964, 967]

**Point:**  $(2, 0)$ . **Slope:**  $y' = \cos(\pi x^3) \Rightarrow m = y'(2) = \cos(8\pi) = 1$ .

**Equation:**  $y - 0 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x - 2$

## LOGARITHMIC INTEGRATION

امتحان 2021/2022

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة الكسرية التالية:

Find the general antiderivative of the following function:

$$\int \frac{8x}{x^2+7} dx$$

A  $\frac{1}{2} \ln|x^2+7| + C$

B  $\frac{1}{4} \ln|x^2+7| + C$

C  $2 \ln|x^2+7| + C$

D  $4 \ln|x^2+7| + C$  ✓

فكرة الحل: البسط يمثل مشتقة المقام مضروبة في ثابت. نستخدم التعويض بفرض  $u = x^2 + 7$ . [cite: 991, 992]**Let**  $u = x^2 + 7 \Rightarrow du = 2x dx$ . **The integral becomes:**

$$\int \frac{4 \cdot 2x}{u} dx = 4 \int \frac{1}{u} du = 4 \ln|u| + C = 4 \ln|x^2+7| + C$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة التكامل غير المحدد التالي:

Evaluate the indefinite integral:

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

A  $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + C$

B  $e^{\sqrt{x}} + C$

C  $2e^{\sqrt{x}} + C$  ✓

D  $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} + C$

فكرة الحل: نستخدم التعويض بفرض الأس  $u = \sqrt{x}$ . مشتقة الأس هي  $1/(2\sqrt{x})$  وهي موجودة بالمقام. [cite: 1058, 1065, 1067]

$$\text{Let } u = \sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx \Rightarrow 2du = \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

$$\int e^u (2du) = 2 \int e^u du = 2e^u + C = 2e^{\sqrt{x}} + C$$

## FTC PART II

امتحان 2021/2022

إذا كانت  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin 3t dt$ ، فاحسب المشتقة  $f'(x)$ :If  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin 3t dt$ , compute  $f'(x)$ :

A  $2x \sin 3x^2 + \sin 3x$

B  $2x \sin 3x^2 - \sin 3x$  ✓

C  $\sin 3x^2 - \sin 3x$

D  $\sin 3x - 2x \sin 3x^2$

فكرة الحل: نطبق النظرية الأساسية للتفاضل والتكامل بحدين متغيرين: (تعويض الحد العلوي × مشتقته) - (تعويض الحد السفلي × مشتقته). [cite: 1069, 1075, 1076]

$$f'(x) = [\sin(3 \cdot x^2)] \cdot \frac{d}{dx}(x^2) - [\sin(3 \cdot x)] \cdot \frac{d}{dx}(x)$$

$$f'(x) = 2x \sin 3x^2 - \sin 3x$$

## DEFINITE INTEGRATION

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة التكامل المحدود التالي:

Evaluate the definite integral:

$$\int_0^3 (x^2 - 2) dx$$

A 3 ✓

B 25

C 21

D 7

فكرة الحل: نكامل الدالة ثم نعوض بحدود التكامل (الحد العلوي - الحد السفلي). [cite: 1056, 1057]

$$\int_0^3 (x^2 - 2) dx = \left[ \frac{x^3}{3} - 2x \right]_0^3$$

$$= \left( \frac{27}{3} - 2(3) \right) - (0) = (9 - 6) = 3$$

## KINEMATICS (POSITION)

امتحان 2021/2022

حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة  $v(t) = 8 - 6t$  والموقع الابتدائي  $s(0) = 4$ :Determine the position function if  $v(t) = 8 - 6t$  and  $s(0) = 4$ :

A  $s(t) = 8t - 6t^2 + 4$

B  $s(t) = 6t^2 - 8t + 4$

C  $s(t) = 8t - 3t^2 + 4$  ✓

D  $s(t) = 3t^2 - 8t + 4$

فكرة الحل: نكامل دالة السرعة المتجهة لإيجاد الموقع، ثم نعوض بالشرط الابتدائي لإيجاد ثابت التكامل. [cite: 1000, 1005, 1006]

$$s(t) = \int (8 - 6t) dt = 8t - \frac{6t^2}{2} + C = 8t - 3t^2 + C$$

$$s(0) = 4 \Rightarrow 0 - 0 + C = 4 \Rightarrow C = 4 \Rightarrow s(t) = 8t - 3t^2 + 4$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

## RIEMANN SUM

امتحان 2022/2023

احسب المجموع بالصيغة  $\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$  للقيم  $x = 2, 4, 6$  حيث  $f(x) = 3x + 5$  و  $\Delta x = 2$ : [cite: 945-960]Compute the Riemann sum for  $f(x) = 3x + 5$  using  $x = \{2, 4, 6\}$ ,  $n = 3$ ,  $\Delta x = 2$ :

A 51

B 102 ✓

C 25

D 22

فكرة الحل: نجمع قيم الدالة عند النقاط المعطاة ثم نضرب الناتج في  $\Delta x$ .

$$f(2) = 11, f(4) = 17, f(6) = 23$$

$$Sum = (11 + 17 + 23) \times 2 = 51 \times 2 = 102$$

## DEFINITE INTEGRAL

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل المحدود التالي: [cite: 806-814]

Evaluate the following definite integral:

$$\int_1^2 2x dx$$

A 3 ✓

B 2

C 7

D 4

فكرة الحل: نكامل الدالة ونعوض بالحدود.

$$\int_1^2 2x dx = [x^2]_1^2 = 4 - 1 = 3$$

## ANTIDERIVATIVE

امتحان 2021/2022

أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية: [cite: 796-804]

Find the general antiderivative of the function:

$$\int \sec^2 x dx$$

A  $\tan x + C$  ✓B  $\sec x + C$ C  $-\tan x + C$ D  $\sec x \tan x + C$ فكرة الحل: مشتقة  $\tan x$  هي  $\sec^2 x$ .

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C$$

## CONSTANT INTEGRATION

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة الثابتة: [cite: 1056-1057]

Evaluate the definite integral of the constant function:

$$\int_2^5 4 dx$$

A 4

B 20

C 12 ✓

D 3

فكرة الحل: نضرب الثابت في طول الفترة  $(b - a)$ .

$$4 \times (5 - 2) = 4 \times 3 = 12$$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### SIGMA NOTATION

امتحان 2023/2024

استخدم رمز سيجمما لحساب المجموع التالي:

Use sigma notation to compute the basic summation:

$$\sum_{t=6}^{10} (t + 4)$$

A 60

B 95

C 40

D 220

### PIECEWISE INTEGRALS

امتحان 2023/2024

أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة المتفرعة التالية:

Evaluate the definite integral for the piecewise function:

$$\int_0^3 f(x) dx \quad \text{where } f(x) = \begin{cases} 4x, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

A 6

B 9

C 16

D 21

### TRIG INTEGRALS

امتحان 2023/2024

أوجد قيمة التكامل المحدود للدوال المثلثية:

Evaluate the definite trigonometric integral:

$$\int_0^{\pi/4} (\sin x - \cos x) dx$$

A  $1 - \sqrt{2}$

B  $\sqrt{2} - 1$

C  $1 + \sqrt{2}$

D 0

### FTC PART II

امتحان 2022/2023

أوجد مشتقة الدالة التالية (النظرية الأساسية):

Find the derivative of the following function (FTC):

$$F'(x) \text{ for } F(x) = \int_{x^2}^5 \ln t dt$$

A  $2x \ln(x^2)$

B  $-2x \ln(x^2)$

C  $\ln(x^2)$

D  $-2x/x^2$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### INTEGRAL PROPERTIES

امتحان 2021/2022

عبر عن المقدار التالي بصورة تكامل منفرد:

Write the following expression as a single integral:

$$\int_0^5 f(x)dx - \int_2^5 f(x)dx$$

A  $\int_0^2 f(x)dx$

B  $\int_2^0 f(x)dx$

C  $\int_0^5 f(x)dx$

D  $\int_2^5 f(x)dx$

### DEFINITE AREA

امتحان 2021/2022

عبر عن المساحة المحصورة فوق محور  $x$  وتحت المنحنى  $y = 4 - x^2$  بصورة تكامل:

Write the area above the  $x$ -axis and below  $y = 4 - x^2$  as an integral:

$$\text{Area} = ?$$

A  $\int_0^2 (4 - x^2)dx$

B  $\int_{-2}^2 (4 - x^2)dx$

C  $\int_{-2}^2 -(4 - x^2)dx$

D  $\int_0^4 (x^2 - 4)dx$

### LINEARITY OF INTEGRALS

امتحان 2021/2022

إذا كان  $\int_1^3 f(x)dx = 5$  و  $\int_1^3 g(x)dx = -3$ ، أوجد قيمة:

Given  $\int_1^3 f(x)dx = 5$  and  $\int_1^3 g(x)dx = -3$ , find the value of:

$$\int_1^3 [2f(x) - g(x)]dx$$

A 7

B 8

C 13

D 2

### AVERAGE VALUE

امتحان 2020/2021

أوجد القيمة المتوسطة للدالة  $f(x) = 3x^2 - 2x$  على الفترة  $[0, 2]$ :

Find the average value of  $f(x) = 3x^2 - 2x$  on the interval  $[0, 2]$ :

$$f_{ave} = ?$$

A 2

B 4

C 6

D 1

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### ABSOLUTE VALUE INTEGRAL

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل المحدود لدالة القيمة المطلقة التالية:

Evaluate the definite integral for the absolute value function:

$$\int_0^4 |x - 2| dx$$

A 2

B 4

C 8

D 0

### KINEMATICS (DISPLACEMENT)

امتحان 2021/2022

يتحرك جسم بسرعة متجهة  $v(t) = 3t^2 - 6t$ . أوجد الإزاحة في الفترة  $[0, 3]$ :

An object moves with velocity  $v(t) = 3t^2 - 6t$ . Find the displacement on  $[0, 3]$ :

$$\Delta s = ?$$

A 0

B 4

C 8

D 2

### DEFINITE INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2020/2021

استخدم التعويض لحساب قيمة التكامل المحدود:

Use substitution to evaluate the definite integral:

$$\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$$

A 15/4

B 15/8

C 1

D 2

### MEAN VALUE THEOREM FOR INTEGRALS

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة  $c$  التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة  $f(x) = 2x$  على  $[0, 4]$ :

Find  $c$  satisfying the Mean Value Theorem for  $f(x) = 2x$  on  $[0, 4]$ :

$$f(c) = f_{ave}$$

A 1

B 2

C 3

D 4

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### EXPONENTIAL ANTIDERIVATIVE

امتحان 2023/2024

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة التالية:

Find the general antiderivative of the function:

$$\int \frac{e^x + 4}{e^x} dx$$

A  $\ln |e^x + 4| + C$

B  $x + 4e^x + C$

C  $x - 4e^{-x} + C$

D  $x - 4e^x + C$

### KINEMATICS (POSITION FUNCTION)

امتحان 2023/2024

حدد الدالة المكانية إذا كانت  $a(t) = t^2 + 1$  و  $v(0) = 4$  و  $s(0) = 0$

Determine the position function if  $a(t) = t^2 + 1$ ,  $v(0) = 4$  and  $s(0) = 0$ :

$$s(t) = ?$$

A  $s(t) = \frac{t^4}{12} + \frac{t^2}{2} + 4t$

B  $s(t) = \frac{t^3}{3} + t + 4$

C  $s(t) = \frac{t^4}{12} + t^2 + 4t$

D  $s(t) = \frac{t^3}{3} + 2t + 4$

### AREA ESTIMATION (RIGHT ENDPOINT)

امتحان 2023/2024

قدر المساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى من الجدول:

Estimate the area under the curve using right-endpoint evaluation:

$$\begin{array}{c} 0.80.60.40.20.0 \ x \\ 1.61.41.62.22.0f(x) \end{array}$$

A 1.36

B 1.44

C 6.8

D 7.2

### TRIGONOMETRIC ANTIDERIVATIVE

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة المثلثية:

Find the general antiderivative of the trigonometric function:

$$\int 2 \sec x \tan x dx$$

A  $2 \sec x + C$

B  $2 \sec^2 x + C$

C  $2 \tan^2 x + C$

D  $2 \tan x + C$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

FTC PART II

امتحان 2023/2024

احسب المشتقة  $f'(x)$  للدالة المعرفة بالكامل التالي:

Compute  $f'(x)$  for the function defined as:

$$f(x) = \int_{3x}^{\sin x} (t^2 + 4) dt$$

A  $(\sin^2 x + 4) \cos x - 3(9x^2 + 4)$

B  $(\sin^2 x + 4) - (9x^2 + 4)$

C  $(\sin^2 x + 4) \cos x + 3(9x^2 + 4)$

D  $2 \sin x \cos x - 18x$

EXACT AREA

امتحان 2023/2024

أوجد المساحة الدقيقة تحت المنحنى على الفترة  $[0, 1]$  باستخدام النهايات:

Find the exact area under the curve on  $[0, 1]$  using limits:

$$y = f(x) = x^2 + 1$$

A 1

B  $4/3$

C  $5/3$

D 2

INTEGRATION RULES

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة التالية:

Find the general antiderivative of the following function:

$$\int (3x^4 - 3x) dx$$

A  $12x^3 - 3 + C$

B  $0.6x^5 - 1.5x^2 + C$

C  $3x^5 - 3x^2 + C$

D  $x^5 - x^2 + C$

LOGARITHMIC SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد الدالة الأصلية باستخدام التكامل بالتعويض:

Find the general antiderivative using substitution:

$$\int \frac{2x}{x^2+4} dx$$

A  $x^2 + 4 + C$

B  $\ln(x^2 + 4) + C$

C  $(x^2 + 4)^2 + C$

D  $\ln(x^2 + 2x) + C$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### TRIGONOMETRIC SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل غير المحدد التالي:

Evaluate the indefinite integral:

$$\int \tan 2x \, dx$$

A  $-\cot 2x + C$

B  $\frac{\sin 2x}{\cos 2x} + C$

C  $-\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$

D  $\frac{1}{2} \ln |\cos 2x| + C$

### INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة التكامل التالي باستخدام التعويض:

Evaluate the following integral using substitution:

$$\int x^3 \sqrt{x^4 + 3} \, dx$$

A  $\frac{1}{6}(x^4 + 3)^{3/2} + C$

B  $\frac{1}{2}(x^4 + 3)^{3/2} + C$

C  $\frac{1}{6}(x^4 + 3)^{1/2} + C$

D  $\frac{3}{2}(x^4 + 3)^{1/2} + C$

### EXPONENTIAL INTEGRATION

امتحان 2022/2023

أوجد ناتج التكامل التالي (تبسيط الأسس):

Evaluate the following integral (Simplify exponents):

$$\int \left( \frac{e^{2x} - 2e^{3x}}{e^{3x}} \right) dx$$

A  $-e^{-x} - 2x + C$

B  $e^{-x} - x + C$

C  $-e^{-x} - 2xe^x + C$

D  $e^x - 2x + C$

### LINEARITY PROPERTIES

امتحان 2022/2023

إذا كان  $\int_2^4 f(x) dx = -5$  و  $\int_2^4 g(x) dx = 3$ ، أوجد قيمة:

Given  $\int_2^4 f = -5$  and  $\int_2^4 g = 3$ , evaluate:

$$\int_2^4 [4g(x) - 3f(x)] dx$$

A 27

B -3

C 1

D 2

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### INTEGRAL MEAN VALUE THEOREM

امتحان 2022/2023

أوجد قيمة  $c$  التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للتكامل للدالة  $f(x) = 3x^2$  على الفترة  $[0, 2]$ :

Find a value of  $c$  that satisfies the Mean Value Theorem for Integrals of  $f(x) = 3x^2$  on  $[0, 2]$ :

A  $2/\sqrt{3}$

B  $-2/\sqrt{3}$

C  $\sqrt{3}$

D 1

### AREA ESTIMATION

امتحان 2022/2023

استخدم قيم الجدول لتقدير المساحة تحت المنحنى باستخدام قيم نقطة النهاية اليمنى:

Use the table values to estimate the area under the curve using right-endpoint evaluation:

1.8	1.6	1.4	1.2	1.0	x
1.20	0.80	0.60	0.40	0.0	f(x)

A 0.6

B 0.36

C 3

D 4.76

### TANGENT LINE EQUATION

امتحان 2022/2023

أوجد معادلة خط المماس للدالة  $y = \int_2^x \cos(\pi t^2) dt$  عند  $x = 2$ :

Find the equation of the tangent line to the function at  $x = 2$ :

A  $y = x - 2$

B  $y = 0$

C  $y = 1$

D  $y = x + 2$

### LOGARITHMIC INTEGRATION

امتحان 2021/2022

أوجد الدالة الأصلية (عكس المشتقة) للدالة الكسرية التالية:

Find the general antiderivative of the following function:

$$\int \frac{8x}{x^2+7} dx$$

A  $\frac{1}{2} \ln|x^2+7| + C$

B  $\frac{1}{4} \ln|x^2+7| + C$

C  $2 \ln|x^2+7| + C$

D  $4 \ln|x^2+7| + C$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### INTEGRATION BY SUBSTITUTION

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة التكامل غير المحدد التالي:

Evaluate the indefinite integral:

$$\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

A  $\frac{1}{2}e^{\sqrt{x}} + C$

B  $e^{\sqrt{x}} + C$

C  $2e^{\sqrt{x}} + C$

D  $2\sqrt{x}e^{\sqrt{x}} + C$

### FTC PART II

امتحان 2021/2022

إذا كانت  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin 3t dt$ ، فاحسب المشتقة  $f'(x)$ :

If  $f(x) = \int_0^{x^2} \sin 3t dt$ , compute  $f'(x)$ :

A  $2x \sin 3x^2 + \sin 3x$

B  $2x \sin 3x^2 - \sin 3x$

C  $\sin 3x^2 - \sin 3x$

D  $\sin 3x - 2x \sin 3x^2$

### DEFINITE INTEGRATION

امتحان 2021/2022

أوجد قيمة التكامل المحدود التالي:

Evaluate the definite integral:

$$\int_0^3 (x^2 - 2) dx$$

A 3

B 25

C 21

D 7

### KINEMATICS (POSITION)

امتحان 2021/2022

حدد الدالة المكانية إذا كانت دالة السرعة المتجهة  $v(t) = 8 - 6t$  والموقع الابتدائي  $s(0) = 4$ :

Determine the position function if  $v(t) = 8 - 6t$  and  $s(0) = 4$ :

A  $s(t) = 8t - 6t^2 + 4$

B  $s(t) = 6t^2 - 8t + 4$

C  $s(t) = 8t - 3t^2 + 4$

D  $s(t) = 3t^2 - 8t + 4$

## أسئلة اختبارات السنوات السابقة

### RIEMANN SUM

امتحان 2022/2023

[cite: 945-960]  $\Delta x = 2$  و  $f(x) = 3x + 5$  حيث  $x = 2, 4, 6$  للقيم  $\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x$  بالصيغة

Compute the Riemann sum for  $f(x) = 3x + 5$  using  $x = \{2, 4, 6\}$ ,  $n = 3$ ,  $\Delta x = 2$ :

A 51

B 102

C 25

D 22

### DEFINITE INTEGRAL

امتحان 2022/2023

[cite: 806-814] أوجد قيمة التكامل المحدود التالي:

Evaluate the following definite integral:

$$\int_1^2 2x \, dx$$

A 3

B 2

C 7

D 4

### ANTIDERIVATIVE

امتحان 2021/2022

[cite: 796-804] أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية:

Find the general antiderivative of the function:

$$\int \sec^2 x \, dx$$

A  $\tan x + C$

B  $\sec x + C$

C  $-\tan x + C$

D  $\sec x \tan x + C$

### CONSTANT INTEGRATION

امتحان 2021/2022

[cite: 1056-1057] أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة الثابتة:

Evaluate the definite integral of the constant function:

$$\int_2^5 4 \, dx$$

A 4

B 20

C 12

D 3