

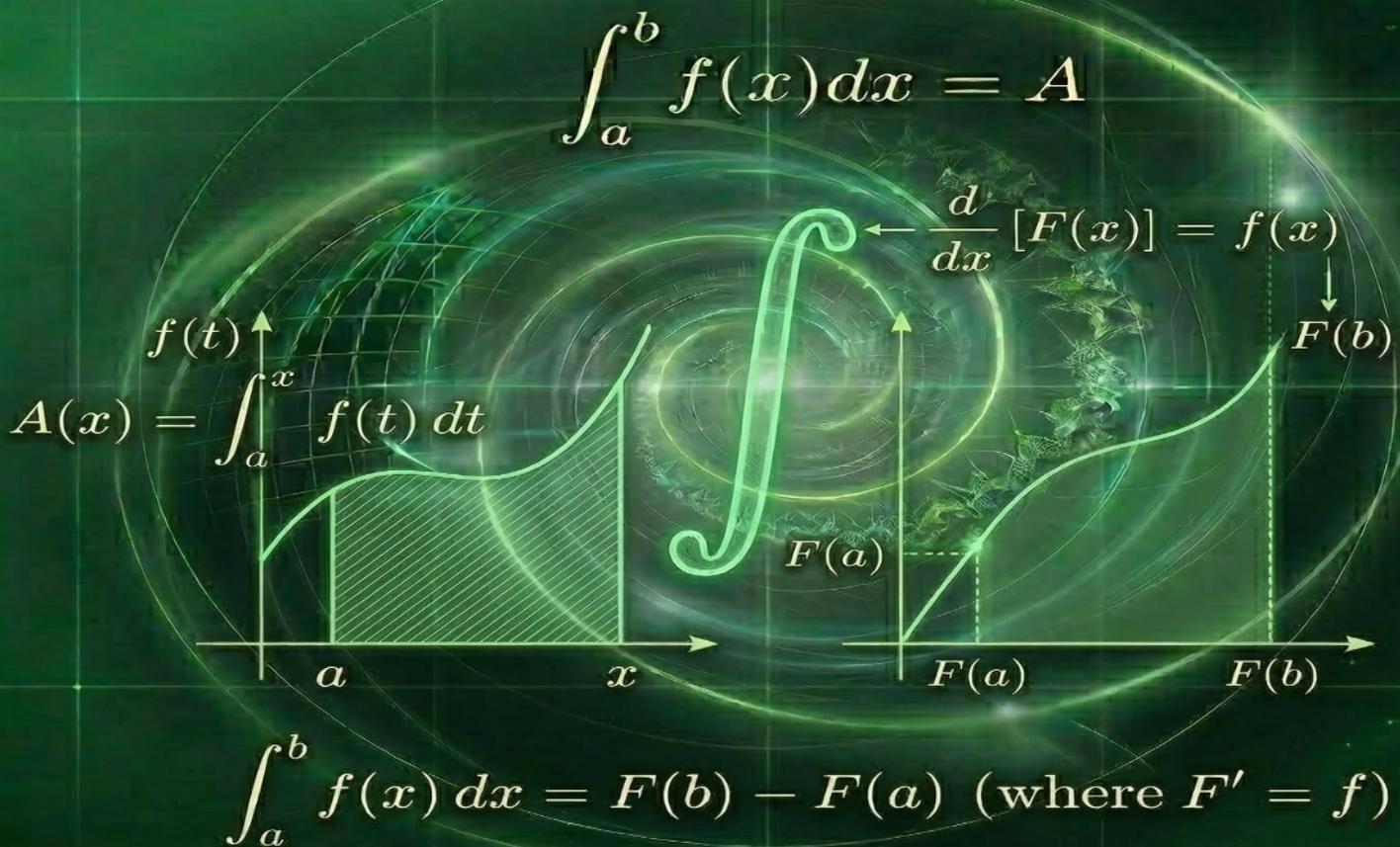
# بنك أسئلة الرياضيات المتقدمة

## ADVANCED MATHEMATICS QUESTION BANK

الصف الثاني عشر

12<sup>th</sup> Grade

### 5-5 The Fundamental Theorem of Calculus



إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

[www.magdymath.com](http://www.magdymath.com)

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Q 2

إذا كانت  $\int_2^5 f(x)dx = 12$  وكانت  $F(5) = 20$ ، فأوجد  $F(2)$  حيث  $F$  الدالة الأصلية:

If  $\int_2^5 f(x)dx = 12$  and  $F(5) = 20$ , find  $F(2)$ :

$$F(2) = ?$$

A 8

B -8

C 32

D 10

Q 1

إذا كانت  $F(x) = 2x^2 - x$  هي الدالة الأصلية للدالة  $f(x)$ ، أوجد:

If  $F(x) = 2x^2 - x$  is the antiderivative of  $f(x)$ , find:

$$\int_1^3 f(x)dx$$

A 16

B 10

C 14

D 12

Q 4

إذا كانت  $g(x) = \int_0^x \sin^2 t dt$ ، أوجد  $g'(\pi/4)$ :

If  $g(x) = \int_0^x \sin^2 t dt$ , find  $g'(\pi/4)$ :

$$g'(\pi/4) = ?$$

A 1

B  $\sqrt{2}/2$

C 1/2

D 0

Q 3

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للدالة المعطاة:

Find the derivative  $F'(x)$  for the given function:

$$F(x) = \int_{-2}^x (4t^3 - 2t) dt$$

A  $12x^2 - 2$

B  $4x^3 - 2x$

C  $x^4 - x^2$

D  $4x^3 - 2x + C$

Q 6

أوجد  $F'(x)$  للدالة التي متغيرها في الحد السفلي:

Find  $F'(x)$  for the function with variable in lower limit:

$$F(x) = \int_x^5 \ln(t^2 + 1) dt$$

A  $-\ln(x^2 + 1)$

B  $\ln(x^2 + 1)$

C  $-\frac{2x}{x^2+1}$

D  $\frac{2x}{x^2+1}$

Q 5

إذا كان التكامل التالي صحيحاً، أوجد الدالة  $f(x)$ :

Given the integral equation, find the function  $f(x)$ :

$$\int_a^x f(t) dt = x^2 e^x - e$$

A  $2xe^x$

B  $e^x(x^2 + 2x)$

C  $x^2 e^x$

D  $e^x(x^2 + 2x) - e$

Q 8

أوجد مشتقة الدالة المعطاة عند النقطة  $x = \pi$ :

Find the derivative of  $F(x)$  evaluated at  $x = \pi$ :

$$F(x) = \int_1^x \frac{\cos t}{t} dt$$

A  $-1/\pi$

B  $1/\pi$

C 0

D  $-\pi$

Q 7

إذا كانت  $\int_1^e f(t) dt = x \ln x - x + 1$ ، فما قيمة  $f(e)$ ؟

If  $\int_1^e f(t) dt = x \ln x - x + 1$ , what is  $f(e)$ ?

$$f(e) = ?$$

A e

B 0

C  $1/e$

D 1

مهارات عليا HOTS

Q 10

باستخدام قاعدة الضرب للمشتقات، أوجد  $H'(x)$  للدالة:

Using the product rule, find  $H'(x)$  for:

$$H(x) = x \int_0^x \sin(t^2) dt$$

A  $x \sin(x^2)$

B  $\sin(x^2)$

C  $\int_0^x \sin(t^2) dt + x \sin(x^2)$

D  $\int_0^x \sin(t^2) dt + \sin(x^2)$

مهارات عليا HOTS

Q 9

أوجد إحدى قيم الثابت  $c$  التي تحقق المعادلة:

Find a possible value for the constant  $c$ :

$$\int_c^x f(t) dt = x^2 - 6x + 8$$

A 6

B 4

C -2

D 8

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Q 12

أوجد قيمة التكامل المحدود التالي:

Evaluate the definite integral:

$$\int_1^9 (x^{1/2} + \frac{2}{x}) dx$$

A  $\frac{52}{3} + 2\ln 9$

B  $18 + 2\ln 9$

C  $52/3$

D 18

Q 11

أوجد قيمة التكامل المحدود التالي:

Evaluate the definite integral:

$$\int_0^2 (4x^3 + 2x) dx$$

A 18

B 20

C 24

D 16

Q 14

أوجد قيمة التكامل المحدود باستخدام متطابقات ضعف الزاوية:

Evaluate using double angle identities:

$$\int_0^{\pi/2} \sin^2 x dx$$

A  $\pi/2$

B  $\pi/4$

C 1

D 0

Q 13

أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة المثلثية:

Evaluate the definite trigonometric integral:

$$\int_0^{\pi/4} \sec^2 x dx$$

A 0

B 1

C -1

D  $\pi/4$

Q 16

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للدالة:

Find the derivative  $F'(x)$  of the function:

$$F(x) = \int_2^x \sin^2 t dt$$

A  $\cos^2 x$

B  $2 \sin x \cos x$

C  $\sin^2 x$

D  $-\cos^2 x$

Q 15

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للدالة:

Find the derivative  $F'(x)$  of the function:

$$F(x) = \int_3^x (4t^3 - 5) dt$$

A  $12x^2$

B  $4x^3 - 5$

C  $x^4 - 5x$

D  $4x^3$

Q 18

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للدالة المعطاة:

Find the derivative  $F'(x)$  for the given function:

$$F(x) = \int_0^{\sin x} \tan t dt$$

A  $\tan(\sin x)$

B  $\sec^2(\sin x) \cos x$

C  $\tan(\sin x) \cos x$

D  $-\tan(\sin x) \cos x$

Q 17

استخدم قاعدة السلسلة لإيجاد  $F'(x)$ :

Use the chain rule to find  $F'(x)$ :

$$F(x) = \int_1^{x^2} (t^3 + 2) dt$$

A  $x^6 + 2$

B  $2x(x^6 + 2)$

C  $3x^2(x^6 + 2)$

D  $2x(x^6 + 2)$

مهارات عليا HOTS

Q 20

أوجد  $F'(x)$  للحالة العامة (حدود كسرية وقوى):

Find  $F'(x)$  for the general case:

$$F(x) = \int_{x^3}^{\sqrt{x}} \sin t dt$$

A  $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} - 3x^2 \sin(x^3)$

B  $\frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} - x^3 \sin(x^3)$

C  $\frac{\sin \sqrt{x}}{2\sqrt{x}} + 3x^2 \sin(x^3)$

D  $\cos \sqrt{x} - \cos(x^3)$

مهارات عليا HOTS

Q 19

أوجد  $F'(x)$  عندما يكون الحدان متغيرين (الحالة العامة):

Find  $F'(x)$  when both limits are variables (General Case):

$$F(x) = \int_x^{\cos x} (4t^2 - 1) dt$$

A  $(4 \cos^2 x - 1) \sin x - 4x^2 + 1$

B  $-\sin x(4 \cos^2 x - 1) - 4x^2 + 1$

C  $(4 \cos^2 x - 1) \cos x - 4x^2 + 1$

D  $-\sin x(4 \cos^2 x - 1) + 4x^2 - 1$

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Q 22

أوجد  $F'(x)$  حيث الحد العلوي يحتاج لقاعدة الضرب:

Find  $F'(x)$  where upper limit uses product rule:

$$F(x) = \int_2^{x \ln x} \cos t \, dt$$

A  $\cos(x \ln x)$

B  $\cos(x \ln x)(\ln x + 1)$

C  $-\sin(x \ln x)(\ln x + 1)$

D  $\cos(x \ln x)(\frac{1}{x})$

Q 21

أوجد المشتقة  $F'(x)$  مع ضرورة عكس الحدود:

Find  $F'(x)$  by reversing the limits:

$$F(x) = \int_{x^2}^5 \ln(t) \, dt$$

A  $2x \ln(x^2)$

B  $-2x \ln(x^2)$

C  $-\frac{2x}{x^2}$

D  $\frac{2x}{x^2}$

Q 24

استخدم خواص الدوال العكسية لإيجاد  $F'(x)$ :

Use inverse trig properties to find  $F'(x)$ :

$$F(x) = \int_x^{\tan^{-1} x} \tan t \, dt$$

A  $\frac{x}{1+x^2} - \sec^2 x$

B  $\frac{1}{1+x^2} - \tan x$

C  $\frac{x}{1+x^2} - \tan x$

D  $x(1+x^2) - \tan x$

Q 23

أوجد  $F'(x)$  باستخدام تبسيط اللوغاريتمات:

Find  $F'(x)$  using logarithmic simplification:

$$F(x) = \int_{e^{3x}}^{e^{2x}} \ln t \, dt$$

A  $x^3 e^{2x} - 3x e^{3x} - \tan x$

B  $2x^3 e^{2x} - 9x e^{3x}$

C  $2x e^{2x} - 3e^{3x}$

D  $x^3 e^{2x} - 9x^2 e^{3x}$

Q 26

إذا كان  $h(x) = \int_1^{g(x)} f(t) \, dt$ ، أوجد  $h'(3)$  علماً بأن  $f(4) = -1$ ،  $g'(3) = 2$ ،  $g(3) = 4$ :

If  $h(x) = \int_1^{g(x)} f(t) \, dt$ . Find  $h'(3)$  given table values:

$$h'(3) = ?$$

A -2

B 2

C -1

D -4

Q 25

إذا كان  $h(x) = \int_2^{x^2} f(t) \, dt$ ، أوجد  $h'(2)$  علماً بأن  $f(4) = -1$ :

If  $h(x) = \int_2^{x^2} f(t) \, dt$ , find  $h'(2)$  given  $f(4) = -1$ :

$$h'(2) = ?$$

A -1

B -4

C 4

D -2

Q 28

متى تمتلك  $H(x)$  (من السؤال السابق) قيمة عظمى محلية؟

When does  $H(x)$  (from previous Q) have a local maximum?

$$H(x) \text{ Local Max at:}$$

A  $x = 1$

B  $x = 3$

C  $x = 2$

D  $x = 0$

Q 27

بناءً على بيان الدالة  $f(x)$ ، متى تكون الدالة  $H(x) = \int_0^x f(t) \, dt$  متزايدة؟

Based on  $f(x)$  graph, when is  $H(x) = \int_0^x f(t) \, dt$  increasing?

$$\text{If } f(x) > 0 \text{ on } (-\infty, 1) \cup (3, \infty)$$

A (1, 3)

B  $(-\infty, 1) \cup (3, \infty)$

C (0,  $\infty$ )

D  $(-\infty, 0)$

مهارات عليا HOTS

Q 30

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للدالة التراكمية التالية:

Find the derivative  $F'(x)$  of the cumulative function:

$$F(x) = x - \int_0^{\cot x} \frac{1}{t^2+1} \, dt$$

A 0

B 1

C 2

D -2

مهارات عليا HOTS

Q 29

أثبت صحة المتطابقة بإيجاد مشتقة  $F(x)$  في الربع الأول:

Find  $F'(x)$  in the first quadrant:

$$F(x) = \int_{\cos x}^{\sin x} \sqrt{1-t^2} \, dt$$

A 1

B -1

C  $\cos 2x$

D 0

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Q 32

استخدم خواص الدوال العكسية لإيجاد  $F'(x)$ :

Use inverse function properties to find  $F'(x)$ :

$$F(x) = \int_x^{\sin^{-1} x} \sin t \, dt$$

A  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \sin x$

B  $x\sqrt{1-x^2} - \sin x$

C  $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \sin x$

D  $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \cos x$

Q 31

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للحالة العامة بمتغيرين:

Find  $F'(x)$  for the general case with two variables:

$$F(x) = \int_{3x}^{x^2} \cos(2t) \, dt$$

A  $2x \cos(2x^2) - 3 \cos(6x)$

B  $\cos(2x^2) - \cos(6x)$

C  $x^2 \cos(2x^2) - 3x \cos(6x)$

D  $2x \sin(2x^2) + 3 \sin(6x)$

Q 34

أوجد المشتقة  $F'(x)$  للحدود المركبة:

Find  $F'(x)$  for the complex limits:

$$F(x) = \int_{1-3x}^{x \ln x} 2t \, dt$$

A  $2x \ln x(1 + \ln x) - 6(1 - 3x)$

B  $2x \ln x(1 + \ln x) + 6(1 - 3x)$

C  $2x \ln x(1/x) + 6(1 - 3x)$

D  $\ln x(1 + \ln x) + 3(1 - 3x)$

Q 33

إذا علمت أن التكامل التالي محقق، أوجد قيمة  $f(1)$ :

Given the integral, find the value of  $f(1)$ :

$$\int_1^x f(t) \, dt = x^2 e^x - e$$

A  $e$

B  $3e$

C  $2e$

D  $e^2$

Q 36

بناءً على السؤال السابق، متى تمتلك  $H(x)$  نقطة انقلاب؟

Based on the previous question, when does  $H(x)$  have an inflection point?

If  $f(x)$  changes from dec to inc at  $x = 2$

A  $x = 1$

B  $x = 3$

C  $x = 2$

D  $x = 0$

Q 35

من خلال تحليل الدالة التكاملية  $H(x) = \int_0^x f(t) \, dt$ ، متى تكون  $H$  مقعرة للأعلى؟

When is  $H(x) = \int_0^x f(t) \, dt$  concave UP?

If  $f(x)$  is increasing on  $(2, \infty)$

A  $(-\infty, 1)$

B  $(2, \infty)$

C  $(-\infty, 2)$

D  $(1, 3)$

Q 38

استخدم المساحات الهندسية لحساب التكامل المحدود:

Use geometric areas to evaluate the definite integral:

$$\int_{-3}^3 \sqrt{9-x^2} \, dx$$

A  $9\pi$

B  $3\pi$

C  $4.5\pi$

D  $6\pi$

Q 37

أوجد قيمة التكامل للدالة الفردية على فترة متناظرة:

Evaluate the integral of the odd function over a symmetric interval:

$$\int_{-\pi/4}^{\pi/4} (x^3 \cos x + \tan x) \, dx$$

A 0

B 2

C  $\pi/2$

D 1

مهارات عليا HOTS

Q 40

عبر عن النهاية بصورة تكامل محدود، ثم أوجد الناتج:

Express the limit as a definite integral, then evaluate:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{2}{n} \left(1 + \frac{2i}{n}\right)^3$$

A 20

B 10

C 80

D 40

مهارات عليا HOTS

Q 39

إذا كانت  $\int_0^{\pi/2} f(t) \, dt = \sin x - x \cos x$ ، أوجد قيمة  $f(\pi/2)$ :

If  $\int_0^x f(t) \, dt = \sin x - x \cos x$ , find  $f(\pi/2)$ :

$$f(\pi/2) = ?$$

A 0

B  $\pi/2$

C 1

D  $\pi$

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

Q 42

أوجد القيمة المتوسطة  $f_{ave}$  للدالة  $f(x) = 1/x$  على الفترة  $[1, e]$ :  
Find the average value  $f_{ave}$  of  $f(x) = 1/x$  on  $[1, e]$ :

$$f_{ave} = \frac{1}{e-1} \int_1^e \frac{1}{x} dx$$

- A  $\frac{1}{e-1}$       B  $\ln(e-1)$   
C  $e-1$       D 1

Q 41

أوجد قيمة التكامل المحدود للدالة الأسية:

Evaluate the definite integral for the exponential function:

$$\int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx$$

- A  $e - e^2$       B  $e - \sqrt{e}$   
C  $\sqrt{e} - e$       D  $e + \sqrt{e}$

Q 44

أوجد قيمة التكامل الخطي المباشر:

Evaluate the direct linear integral:

$$\int_0^5 (2x - 4) dx$$

- A 10      B 5  
C 0      D 25

Q 43

أوجد قيمة التكامل المحدود للدوال المثلثية:

Evaluate the definite integral for trigonometric functions:

$$\int_0^\pi \cos x dx$$

- A 1      B 2  
C 0      D -1

Q 46

أوجد قيمة  $c$  التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للدالة  $f(x) = 1/x$  على  $[1, e]$ :  
Find  $c$  satisfying MVT for  $f(x) = 1/x$  on  $[1, e]$ :

$$f(c) = f_{ave}$$

- A  $e/2$       B 1  
C  $e-1$       D  $\ln(e-1)$

Q 45

أوجد قيمة التكامل للقيمة المطلقة:

Evaluate the integral of the absolute value:

$$\int_0^4 |x - 1| dx$$

- A 5      B 4  
C 6      D 3

مهارات عليا HOTS

Q 48

عند أي قيمة  $x$  تمتلك الدالة  $F(x)$  قيمة عظمى؟

At what value of  $x$  does  $F(x)$  have a maximum?

$$F(x) = \int_x^{x+3} t(1-t) dt$$

- A 1      B -1  
C -2      D 0

مهارات عليا HOTS

Q 47

أوجد المشتقة  $F'(x)$  لتكامل بحددين متغيرين من الدرجة الأولى:

Find  $F'(x)$  for integral with two linear variable limits:

$$F(x) = \int_x^{x+2} (4t + 1) dt$$

- A  $4x + 8$       B 8  
C 4      D  $4x$

مهارات عليا HOTS

Q 50

عبر عن النهاية بصورة تكامل محدود، ثم أوجد الناتج:

Express the limit as a definite integral, then evaluate:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{3}{n} \sqrt{1 + \frac{3i}{n}}$$

- A 7      B  $14/3$   
C  $14/3$       D  $28/3$

مهارات عليا HOTS

Q 49

إذا كان  $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ ، احسب قيمة المقدار التالي:

If  $F(x) = \int_1^x \frac{1}{t} dt$ , evaluate the following expression:

$$F(e^2) + F(e^3) = ?$$

- A 5      B  $e^5$   
C 6      D  $\ln 5$

بنك أسئلة التميز /// الدرس الخامس: النظرية الأساسية في التفاضل والتكامل

مهارات عليا HOTS

Q 52

استخدم قاعدة لوبيتال (L'Hopital's Rule) لحساب النهاية:

Use L'Hopital's Rule and FTC to evaluate the limit:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x \sin(t^2) dt}{x^3}$$

A 0

B 1

C 1/3

D ∞

مهارات عليا HOTS

Q 51

استخدم تعريف النهاية لمجموع ريمان لحساب:

Use the limit definition of Riemann sum to evaluate:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} e^{i/n}$$

A e

B e-1

C e+1

D 1

مهارات عليا HOTS

Q 54

أوجد المشتقة الثانية  $g''(e)$  للدالة التالية:

Find the second derivative  $g''(e)$  for the function:

$$g(x) = \int_1^{x^2} t \ln(t) dt$$

A  $16e^2$

B  $8e^2$

C  $12e^2$

D  $4e^2$

مهارات عليا HOTS

Q 53

عند أي قيمة  $x$  تمتلك الدالة  $F(x)$  قيمة عظمى محلية؟

At what value of  $x$  does  $F(x)$  have a local maximum?

$$F(x) = \int_0^x (t^2 - 4t + 3) dt$$

A  $x=3$

B  $x=1$

C  $x=0$

D  $x=2$

مهارات عليا HOTS

Q 56

أوجد قيمة التكامل المحدود (دالة فردية):

Evaluate the definite integral (Odd function property):

$$\int_{-\pi/3}^{\pi/3} \frac{x^4 \sin x}{1+x^6} dx$$

A  $\pi/3$

B 0

C 1

D  $2\pi/3$

مهارات عليا HOTS

Q 55

أوجد قيمة الثابت  $a > 0$  التي تحقق المعادلة:

Find the constant  $a > 0$  that satisfies the equation:

$$\int_a^{a^2} \frac{1}{x} dx = 2$$

A e

B  $e^2$

C 2

D  $\ln 2$

مهارات عليا HOTS

Q 58

استخدم نظرية تكامل الدالة العكسية لحساب  $I = \int_0^{10} f^{-1}(x) dx$ :

Use the inverse function integral theorem to evaluate  $I$ :

$$f(x) = x^3 + x, \quad \int_0^2 f(x) dx = 6$$

A 14

B 20

C 10

D 16

مهارات عليا HOTS

Q 57

إذا كانت القيمة المتوسطة  $f_{ave} = 2$  على الفترة  $[0, k]$ ، فما قيمة  $k > 0$ ؟

If the average value  $f_{ave} = 2$  on  $[0, k]$ , find  $k > 0$ :

$$f(x) = 3x^2 - 2x$$

A 1

B 3

C 2

D 4

مهارات عليا HOTS

Q 60

أوجد قيمة التكامل المحدود للقيمة المطلقة:

Evaluate the definite integral of the absolute value:

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| dx$$

A 0

B 2

C 4

D  $2\pi$

مهارات عليا HOTS

Q 59

باستخدام النظرية الأساسية، أوجد  $f(4)$  إذا علم أن  $f(1) = 2$ :

Using FTC, find  $f(4)$  given  $f(1) = 2$ :

$$\int_1^4 f'(x) dx = 10$$

A 8

B 10

C 12

D 20