بنك أسئلة الرياضيات المتقدمة

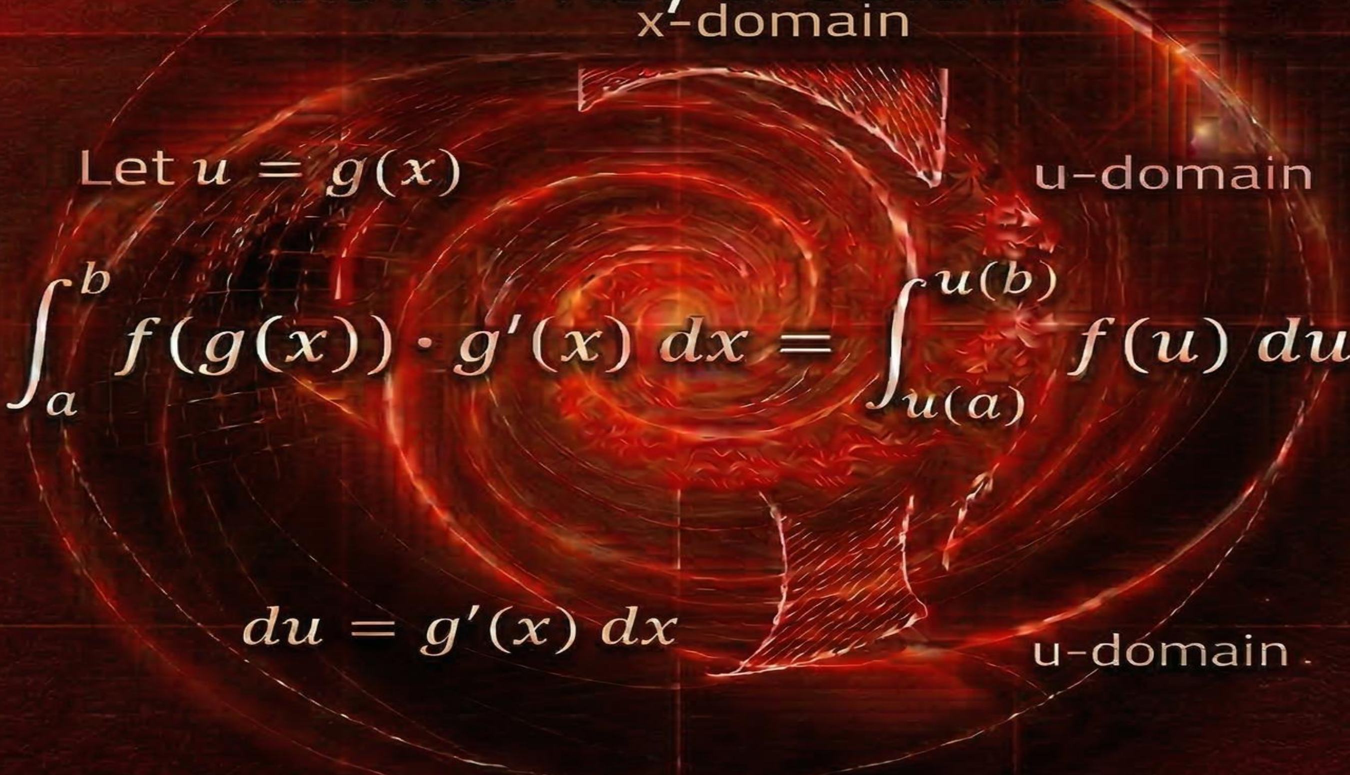
ADVANCED MATHEMATICS QUESTION & ANSWER BANK

الصف الثاني عشر

12th Grade

5-1 Antiderivatives

Answer Key & Solution



إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

www.magdymath.com

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية

Q1

أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية:

Find the general antiderivative:

$f(x) = 2x$

A $x^2 + C$ ✓	B $2x^2 + C$
C $x^3 + C$	D $2 + C$

السبب: نطبق قاعدة القوى بزيادة الأس 1 والقسمة على الأس الجديد.

Q2

أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية:

Find the antiderivative for the function:

$f(t) = 3t^2$

A $t^2 + C$	B $3t^3 + C$
C $t^3 + C$ ✓	D $6t + C$

السبب: تكامل $3t^2$ يعطي t^3 حيث يختصر المعامل مع الأس الجديد.

Q3

أوجد التكامل غير المحدود:

Evaluate the indefinite integral:

$\int 1\, dx$

A $x^2 + C$	B $1 + C$
C 0	D $x + C$ ✓

السبب: تكامل الثابت 1 يعطي المتغير المكامل بالنسبة له x.

Q4

أوجد التكامل للدالة التالية:

Evaluate the following integral:

$\int 4x^3\, dx$

A $x^4 + C$ ✓	B $12x^2 + C$
C $\frac{4}{3}x^4 + C$	D $x^3 + C$

السبب: نزيد الأس لـ 4 ونقسم عليه فيختصر المعامل 4. $\frac{4x^4}{4} = x^4$

Q5

أوجد قيمة التكامل للدالة الثابتة:

Evaluate the integral of the constant:

$\int 7\, dx$

A $7x^2 + C$	B $7x + C$ ✓
C $x + 7 + C$	D $7 + C$

السبب: تكامل أي مقدار ثابت k بالنسبة للمتغير x يعطي $kx + C$.

Q6

أوجد الدالة الأصلية للدالة المثلثية:

Find the antiderivative for:

$g(\theta) = \cos\theta$

A $-\sin\theta + C$	B $-\cos\theta + C$
C $\sin\theta + C$ ✓	D $\cos\theta + C$

السبب: تكامل الكوزاين يعطي ساين مباشرة (عكس التفاضل).

Q7

أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية:

Find the antiderivative for the function:

$f(x) = \sin x$

A $-\cos x + C$ ✓	B $\cos x + C$
C $\sec x + C$	D $-\sin x + C$

السبب: تكامل الساين يعطي سالب كوزاين $\int \sin x dx = -\cos x + C$.

Q8

أوجد التكامل غير المحدود:

Evaluate the indefinite integral:

$\int \sec^2 x\, dx$

A $\sec x \tan x + C$	B $\tan x + C$ ✓
C $-\cot x + C$	D $\sec^3 x + C$

السبب: مشتقة التان هي سيكانت تربيع، فالتكامل يعطي $tan(x)$ مباشرة.

Q9

أوجد التكامل المدمج التالي:

Evaluate the comprehensive integral:

$\int (2x + \cos x)\, dx$

A $x^2 - \sin x + C$	B $x^2 + \sin x + C$ ✓
C $2 + \sin x + C$	D $2x^2 - \cos x + C$

السبب: نوزع التكامل على الجمع. $\int 2x = x^2$ و $\int \cos x = \sin x$.

Q10

بسط ثم أوجد التكامل:

Simplify first then evaluate:

$\int \sec x(\tan x - \sec x)\, dx$

A $\sec x - \tan x + C$ ✓	B $\sec^2 x - \tan x + C$
C $\tan x - \sec x + C$	D $\sec x + \tan x + C$

السبب: بفك الأقواس $\int(\sec x \tan x - \sec^2 x)dx = \sec x - \tan x + C$.

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية (الجزء الثاني)

Q11

أوجد الدالة الأصلية للدالة التالية:

Find the antiderivative for:

$f(x) = \csc x \cot x$

- A $-\csc x + C$ ✓
- B $\csc x + C$
- C $-\cot x + C$
- D $\sec x + C$

السبب: تكامل قاطع التمام في ظل التمام يعطي سالب قاطع التمام (عكس المشتقة).

Q12

ما هي الدالة الأصلية للدالة التالية؟

What is the antiderivative of:

$h(x) = \cot x$

- A $-\csc^2 x + C$
- B $\ln|\sin x| + C$ ✓
- C $\ln|\cos x| + C$
- D $-\ln|\sin x| + C$

السبب: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$، البسط مشتقة للمقام فنأخذ اللوغاريتم الطبيعي للمقام.

Q13

أي مما يلي يمثل دالة أصلية للدالة $f(x) = \ln x$ حيث $x > 0$ ؟

Which of the following is an antiderivative of $f(x) = \ln x$?

- A $x\ln x - x$ ✓
- B $x\ln x + x$
- C $x^2 \ln x$
- D $\frac{1}{x}$

السبب: باختبار الاشتقاق: $(x\ln x - x)' = (1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}) - 1 = \ln x$.

Q14

أي مما يلي يمثل دالة أصلية للدالة $f(x) = x\ln x$ ؟

Which is an antiderivative of $f(x) = x\ln x$?

- A $\frac{1}{2}x^2\ln x - \frac{1}{4}x^2$ ✓
- B $\frac{1}{2}x^2\ln x + \frac{1}{4}x^2$
- C $x^2\ln x - x$
- D $\frac{1}{2}x^2\ln x$

السبب: باشتقاق الخيار الصحيح باستخدام قاعدة الضرب نحصل على الدالة الأصلية.

Q15

إذا كانت $F(x) = 2\ln|x^3 + 5x + 1| + c$ دالة أصلية لـ $f(x) = \frac{bx^2+10}{x^3+5x+1}$، فما قيمة b ؟

If $F(x)$ is an antiderivative of $f(x)$, find b:

- A 2
- B 3
- C 5
- D 6 ✓

السبب: نشتق الدالة $F'(x) = 2(\frac{3x^2+5}{x^3+5x+1}) = \frac{6x^2+10}{x^3+5x+1}$. بمقارنة المعاملات $b = 6$.

Q16

أي مما يلي يمثل دالة أصلية للدالة $f(x) = 1 + \ln x^2$ حيث $x > 0$ ؟

Which is an antiderivative of $f(x) = 1 + \ln x^2$?

- A $2x\ln(ex) - 3x$ ✓
- B $2x\ln x$
- C $x\ln x - x$
- D $x^2\ln x$

السبب: باشتقاق الخيار الصحيح باستخدام قواعد اللوغاريتم نحصل على الدالة المطلوبة تماماً.

Q17

إذا كانت $F(x) = 3\ln|x^2 + 4x| + c$ دالة أصلية لـ $f(x) = \frac{ax+12}{x^2+4x}$، فما قيمة a ؟

If $F(x)$ is an antiderivative of $f(x)$, find a:

- A 3
- B 4
- C 6 ✓
- D 12

السبب: نشتق الدالة $F'(x) = 3(\frac{2x+4}{x^2+4x}) = \frac{6x+12}{x^2+4x}$. إذن المعامل $a = 6$.

Q18

إذا كانت الدالة الأصلية لـ $f(x) = \frac{k}{2x-1}$ هي $F(x) = -5\ln|2x-1| + c$، فما قيمة k ؟

If $F(x)$ is the antiderivative of $f(x)$, find k:

- A -5
- B -10 ✓
- C 2
- D 10

السبب: اشتقاق اللوغاريتم يعطي $-5(\frac{2}{2x-1}) = \frac{-10}{2x-1}$. إذن $k = -10$.

Q19

إذا كانت $F(x)$ و $G(x)$ دالتين أصليتين لنفس الدالة $f(x)$، فإن $G(x) - F(x)$ يساوي:

If $F(x)$ and $G(x)$ are antiderivatives of $f(x)$, then $G(x) - F(x)$ is:

- A 0
- B $f(x)$
- C مقداراً ثابتاً ✓
- D $2f(x)$

السبب: من خواص الدوال الأصلية أن الفرق بين أي دالتين لنفس الدالة هو مقدار ثابت C.

Q20

أوجد ناتج العملية العكسية التالية:

Evaluate the inverse operation:

$\frac{d}{dx}\int x\sin x\,dx$

- A $\sin x + x\cos x$
- B $x\sin x$ ✓
- C $\frac{x^2}{2}\sin x$
- D $x\cos x$

السبب: المشتقة تلغي التكامل مباشرة، ولا يضاف الثابت لأن الاشتقاق هو الخطوة الأخيرة.

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية

Q21

أوجد التكامل ذو الأس الكسري السالب:

Find the integral with the negative fractional exponent:

$\int x^{-4/3}\,dx$

- A $-3x^{-1/3}+C$ ✓
- B $-x^{-1/3}+C$
- C $\frac{-3}{7}x^{-7/3}+C$
- D $\frac{3}{4}x^{1/3}+C$

السبب: نجمع للأس 1 فيصبح $-1/3$ ثم نقسم عليه (نضرب في مقلوبه -3).

Q22

أوجد قيمة التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int 2x^4\,dx$

- A $\frac{2}{4}x^5+C$
- B $\frac{2}{5}x^5+C$ ✓
- C $\frac{1}{5}x^5+C$
- D $8x^3+C$

السبب: يبقى المعامل 2 كما هو، ونطبق قاعدة القوى على x^4 لنحصل على $x^5/5$.

Q23

أوجد قيمة التكامل (الجذر في المقام):

Evaluate the integral (root in denominator):

$\int \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx$

- A $2\sqrt{x}+C$
- B $x^{1/2}+C$
- C $4\sqrt{x}+C$ ✓
- D $\frac{1}{\sqrt{x}}+C$

السبب: نرفع الجذر للبسط بأس $-1/2$، ثم نكامل ونضرب في المقلوب ليصبح $4x^{1/2}$.

Q24

أوجد التكامل بتجهيز الجذر أولاً:

Evaluate the integral by preparing the radical first:

$\int \sqrt[3]{x^2}\,dx$

- A $\frac{3}{5}x^{5/3}+C$ ✓
- B $\frac{5}{3}x^{5/3}+C$
- C $\frac{2}{3}x^{-1/3}+C$
- D $\frac{3}{5}x^{2/3}+C$

السبب: الدالة هي $x^{2/3}$، بجمع 1 تصبح $x^{5/3}$، ونضرب في المقلوب $3/5$.

Q25

أوجد التكامل لمتغير مضروب في جذر:

Evaluate the integral of a variable multiplied by a radical:

$\int t\sqrt{t}\,dt$

- A $\frac{3}{2}t^{3/2}+C$
- B $\frac{2}{5}t^{5/2}+C$ ✓
- C $\frac{2}{3}t^{5/2}+C$
- D $\frac{5}{2}t^{5/2}+C$

السبب: $t\cdot t^{1/2}=t^{3/2}$. نكامل بزيادة الأس 1 ونضرب في مقلوب $5/2$.

Q26

أوجد قيمة التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int \frac{1}{2y}\,dy$

- A $\ln|2y|+C$
- B $2\ln|y|+C$
- C $\frac{1}{2}\ln|y|+C$ ✓
- D $-\frac{1}{4y^2}+C$

السبب: المعامل $1/2$ يخرج خارج التكامل، ويتبقى تكامل $1/y$ الذي يعطي $\ln|y|$.

Q27

أوجد التكامل (دالة كثيرة حدود):

Evaluate the integral (polynomial function):

$\int (4x^3-3x)\,dx$

- A $x^4-\frac{3}{2}x^2+C$ ✓
- B x^4-3x^2+C
- C $12x^2-3+C$
- D $4x^4-\frac{3}{2}x^2+C$

السبب: نكامل كل حد بشكل منفصل مع القسمة على الأس الجديد.

Q28

أوجد الدالة الأصلية:

Find the general antiderivative:

$\int (6x^2-2x+5)\,dx$

- A $3x^3-2x^2+5x+C$
- B $12x-2+C$
- C $2x^3-x^2+5x+C$ ✓
- D $2x^3-x^2+C$

السبب: بعد التكامل والتبسيط $6(x^3/3)-2(x^2/2)+5x=2x^3-x^2+5x$.

Q29

أوجد قيمة التكامل غير المحدود:

Evaluate the indefinite integral:

$\int (12x^3+4x)\,dx$

- A $4x^4+2x^2+C$
- B $3x^4+2x^2+C$ ✓
- C $3x^4+4x^2+C$
- D $36x^2+4+C$

السبب: بالقسمة على الأسس الجديدة: $12/4=3$ للحد الأول، و $4/2=2$ للحد الثاني.

Q30

أوجد التكامل بتجهيز الجذر أولاً:

Evaluate the integral by preparing the root first:

$\int (3x^2-\sqrt{x}+2)\,dx$

- A $x^3-\frac{2}{3}x^{3/2}+2x+C$ ✓
- B $x^3-\frac{1}{2}x^{-1/2}+2x+C$
- C $3x^3-\frac{2}{3}x^{3/2}+2x+C$
- D $x^3-x^{3/2}+2x+C$

السبب: تجهيز الجذر إلى $x^{1/2}$، ثم مكاملته بزيادة الأس لـ $3/2$ والضرب في $2/3$.

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية (الجزء الرابع)

Q31

أوجد التكامل بتوزيع الضرب أولاً:

Evaluate the integral by distributing first:

$\int t^2(t^3 - \frac{1}{t^2})dt$

- A $\frac{1}{6}t^6 - t + C$ ✓
- B $\frac{1}{5}t^5 - t + C$
- C $\frac{1}{6}t^6 - t^2 + C$
- D $t^5 - 1 + C$

السبب: بفك الأقواس نكامل $(t^5 - 1)dt$ لنحصل على $\frac{1}{6}t^6 - t + C$.

Q32

أوجد التكامل بضرب الأسس الكسرية:

Evaluate by multiplying fractional exponents:

$\int x^{2/3}(x^{1/3} - 3)dx$

- A $\frac{1}{2}x^2 - \frac{9}{5}x^{5/3} + C$ ✓
- B $\frac{1}{2}x^2 - 3x^{5/3} + C$
- C $\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{5}x^{5/3} + C$
- D $x^2 - \frac{9}{5}x^{5/3} + C$

السبب: عند الضرب تجمع الأسس لتصبح الدالة $(x - 3x^{2/3})$ ثم تكامل.

Q33

أوجد التكامل بفك الأقواس:

Evaluate the integral by expanding brackets:

$\int \sqrt{x}(x^2 - 4x)dx$

- A $\frac{2}{7}x^{7/2} - \frac{8}{5}x^{5/2} + C$ ✓
- B $\frac{2}{5}x^{5/2} - \frac{8}{3}x^{3/2} + C$
- C $\frac{2}{7}x^{7/2} - 4x^{5/2} + C$
- D $\frac{7}{2}x^{7/2} - \frac{5}{8}x^{5/2} + C$

السبب: ضرب $x^{1/2}$ في القوس ينتج $(x^{5/2} - 4x^{3/2})$ ثم نكامل.

Q34

أوجد التكامل بتوزيع المقام:

Evaluate by distributing the denominator:

$\int \frac{x^3+5x^2-4}{x^2}dx$

- A $\frac{1}{2}x^2 + 5x + \frac{4}{x} + C$ ✓
- B $\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{4}{x^3} + C$
- C $x^2 + 5x + \frac{4}{x} + C$
- D $\frac{1}{2}x^2 + 5x - \frac{4}{x} + C$

السبب: بالقسمة تصبح الدالة $(x + 5 - 4x^{-2})$ وتكامل كل حد منفصلاً.

Q35

أوجد التكامل بالقسمة أولاً:

Evaluate the integral by dividing first:

$\int \frac{2t^4-3t+1}{t^3}dt$

- A $t^2 + \frac{3}{t} - \frac{1}{2t^2} + C$ ✓
- B $t^2 - \frac{3}{t} - \frac{1}{2t^2} + C$
- C $2t^2 + \frac{3}{t} - \frac{1}{2t^2} + C$
- D $t^2 + \frac{3}{t} + \frac{1}{2t^2} + C$

السبب: بالتبسيط تصبح الدالة $(2t - 3t^{-2} + t^{-3})$ ثم نطبق القواعد.

Q36

أوجد التكامل بفك الأقواس ثم القسمة:

Evaluate by expanding then dividing:

$\int \frac{(x-2)(x+3)}{x}dx$

- A $\frac{1}{2}x^2 + x - 6\ln|x| + C$ ✓
- B $\frac{1}{2}x^2 + x + 6\ln|x| + C$
- C $\frac{1}{2}x^2 - x - 6\ln|x| + C$
- D $x^2 + x - 6\ln|x| + C$

السبب: فك الأقواس يعطي $x^2 + x - 6$ وبقسمتها على x ينتج لوغاريتم للحد الأخير.

Q37

أوجد التكامل بتوزيع المقام:

Evaluate the integral by distributing denominator:

$\int \frac{2x^3-5x^2+4}{x}dx$

- A $\frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4\ln|x| + C$ ✓
- B $\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + 4\ln|x| + C$
- C $\frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 4\ln|x| + C$
- D $2x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 4\ln|x| + C$

السبب: التوزيع ينتج $(2x^2 - 5x + 4/x)$، نكامل بجمع القواعد.

Q38

أوجد قيمة التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int \frac{x^4-3x+1}{x^2}dx$

- A $\frac{1}{3}x^3 - 3\ln|x| - \frac{1}{x} + C$ ✓
- B $\frac{1}{3}x^3 - 3\ln|x| + \frac{1}{x} + C$
- C $\frac{1}{3}x^3 + 3\ln|x| - \frac{1}{x} + C$
- D $x^3 - 3\ln|x| - \frac{1}{x} + C$

السبب: $(x^2 - 3/x + x^{-2})$ الحد الأوسط يتكامل باللوغاريتم والآخر بقاعدة القوى.

Q39

أوجد التكامل باختصار المقام:

Evaluate the integral by simplifying the denominator:

$\int \frac{t^2-1}{1-t}dt$

- A $-\frac{1}{2}t^2 - t + C$ ✓
- B $\frac{1}{2}t^2 + t + C$
- C $-\frac{1}{2}t^2 + t + C$
- D $\frac{1}{2}t^2 - t + C$

السبب: بتحليل البسط $(t-1)(t+1)$ والاختصار مع سحب سالب لتصبح $-(t+1)$.

Q40

أوجد التكامل (بتحليل فرق المربعين):

Evaluate the integral by factoring difference of squares:

$\int \frac{y^2-9}{y+3}dy$

- A $\frac{1}{2}y^2 - 3y + C$ ✓
- B $\frac{1}{2}y^2 + 3y + C$
- C $y^2 - 3y + C$
- D $-\frac{1}{2}y^2 - 3y + C$

السبب: التحليل كفرق مربعين $(y-3)(y+3)$، نختصر ليتبقى لدينا $(y-3)$ فنكاملها.

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية

Q41

أوجد التكامل بتحليل فرق المكعبين:

Evaluate the integral by factoring difference of cubes:

$\int \frac{x^3-8}{x-2}dx$

A $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 4x + C$
B $\frac{1}{3}x^3 + x^2 + 4x + C$ ✓
C $\frac{1}{3}x^3 + x^2 - 4x + C$
D $x^3 + x^2 + 4x + C$

السبب: بفك المكعبين ينتج $(x-2)(x^2+2x+4)$، نختصر المتشابه ثم نكامل كل حد.

Q42

أوجد التكامل بالتحليل أو الضرب في المرافق:

Evaluate the integral by factoring or conjugate:

$\int \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}dx$

A $\frac{2}{3}x^{3/2} - 2x + C$
B $\frac{3}{2}x^{3/2} + 2x + C$
C $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2x + C$ ✓
D $\frac{2}{3}x^{1/2} + 2x + C$

السبب: نعتبر البسط فرق مربعين $(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)$، فنختصر ليتبقى $(\sqrt{x}+2)$ ونكاملها.

Q43

أوجد التكامل باستخدام المتطابقات:

Evaluate the integral using identities:

$\int(1+\tan^2 x)dx$

A $\sec x + C$
B $\tan x + C$ ✓
C $-\cot x + C$
D $\sec^2 x + C$

السبب: باستخدام متطابقة فيثاغورس $1+\tan^2 x = \sec^2 x$ وتكاملها المباشر يعطي $\tan x$.

Q44

أوجد التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int \frac{1-\sin^2 x}{\cos x}dx$

A $\sin x + C$ ✓
B $\cos x + C$
C $-\sin x + C$
D $\sec x + C$

السبب: المتطابقة $1-\sin^2 x = \cos^2 x$، بقسمتها على $\cos x$ يتبقى $\cos x$ وتكاملها يعطي $\sin x$.

Q45

أوجد الدالة الأصلية:

Find the antiderivative:

$\int(x-1)(x+1)dx$

A $\frac{1}{3}x^3 + x + C$
B $x^2 - 1 + C$
C $\frac{1}{3}x^3 - x + C$ ✓
D $\frac{1}{2}x^2 - x + C$

السبب: الضرب يعطي فرق مربعين x^2-1، نكامل كل حد بشكل منفصل ليعطي النتيجة.

Q46

أوجد قيمة التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int \frac{\sin x}{\cos^2 x}dx$

A $\tan x + C$
B $\sec x + C$ ✓
C $2\sec x + C$
D $\cos x + C$

السبب: نفصل الكسر إلى حاصل ضرب دالتين $\frac{1}{\cos x}\cdot\frac{\sin x}{\cos x} = \sec x \tan x$.

Q47

أوجد التكامل بتوزيع المقام:

Evaluate the integral by distributing denominator:

$\int \frac{3x^4+2x^2+1}{x^2}dx$

A $x^3 + 2x - \frac{1}{x} + C$ ✓
B $x^3 + 2x + \ln|x| + C$
C $3x^3 + 2x - \frac{1}{x} + C$
D $x^3 + 2x + \frac{1}{x} + C$

السبب: التوزيع ينتج الحدود $(3x^2+2+x^{-2})$ وتكاملها المباشر يطابق الخيار الصحيح.

Q48

أوجد ناتج العملية العكسية:

Evaluate the inverse operation:

$\int \frac{d}{dx}(\sqrt{x^2+5})dx$

A $\frac{x}{\sqrt{x^2+5}} + C$
B $\sqrt{x^2+5} + C$ ✓
C $x^2 + 5 + C$
D $\frac{1}{2\sqrt{x^2+5}} + C$

السبب: التكامل غير المحدود يلغي المشتقة تماماً، وتتبقى الدالة الأصلية مضافاً إليها الثابت.

Q49

أوجد التكامل بتبسيط المقام:

Evaluate by simplifying the denominator:

$\int \frac{\cos x}{1-\sin^2 x}dx$

A $\sin x + C$
B $\ln|\cos x| + C$
C $\ln|\sec x + \tan x| + C$ ✓
D $\sec x + C$

السبب: المقام $1-\sin^2 x = \cos^2 x$. المقدار يصبح $\frac{\cos x}{\cos^2 x} = \sec x$ وتكاملها باللوغاريتم.

Q50

أوجد التكامل بفك التربيع:

Evaluate the integral by expanding the square:

$\int(\cos x + \sin x)^2 dx$

A $x - \frac{1}{2}\cos(2x) + C$ ✓
B $x + \sin(2x) + C$
C $1 + \sin(2x) + C$
D $x - \cos(2x) + C$

السبب: الفك يعطي $\cos^2 x + \sin^2 x + 2\sin x\cos x = 1 + \sin(2x)$، ثم نكاملها.

بنك أسئلة التميز /// الدرس الأول: الدوال الأصلية (الجزء السادس والأخير)

Q51

أوجد معادلة المنحنى $f(x)$ إذا كان ميله $f'(x) = 2x - 3$ ويمر بالنقطة $(0, 5)$:

Find the equation of the curve given its slope and a point:

A $x^2 - 3x + C$
B $x^2 - 3x + 5$ ✓
C $2x^2 - 3x + 5$
D $x^2 - 3x - 5$

السبب: نكامل الميل لنحصل على $f(x) = x^2 - 3x + C$. بالتعويض بالنقطة $(0, 5)$ نجد أن $C = 5$.

Q52

يتحرك جسم بسرعة $v(t) = 3t^2 + 2t$ وموقعه الابتدائي $s(0) = 4$. أوجد موقعه $s(1)$:

A particle moves with velocity $v(t)$. Find its position $s(1)$:

A 4
B 5
C 6 ✓
D 10

السبب: الموقع هو تكامل السرعة $s(t) = t^3 + t^2 + C$. بما أن $s(0) = 4$ إذن $C = 4$. نعوض بواحد: $1 + 1 + 4 = 6$.

Q53

أوجد التكامل التالي بفك التربيع أولاً:

Evaluate the integral by expanding the square first:

$\int (2x - 1)^2 dx$

A $\frac{4}{3}x^3 - 2x^2 + x + C$ ✓
B $4x^2 - 4x + 1 + C$
C $\frac{4}{3}x^3 - 4x^2 + x + C$
D $\frac{2}{3}x^3 - x^2 + x + C$

السبب: الفك يعطي $4x^2 - 4x + 1$. نكامل كل حد منفصلاً ليعطي الخيار الصحيح.

Q54

أوجد التكامل بتوزيع المقام أولاً:

Evaluate by distributing the denominator first:

$\int \frac{x^2+x+1}{\sqrt{x}} dx$

A $\frac{2}{5}x^{5/2} + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$
B $\frac{2}{5}x^{5/2} + \frac{2}{3}x^{3/2} + 2x^{1/2} + C$ ✓
C $\frac{5}{2}x^{5/2} + \frac{3}{2}x^{3/2} + \frac{1}{2}x^{1/2} + C$
D $x^{3/2} + x^{1/2} + x^{-1/2} + C$

السبب: القسمة تعطي $(x^{3/2} + x^{1/2} + x^{-1/2})$، نكامل بجمع 1 للأس والضرب في المقلوب.

Q55

إذا كانت دالة التسارع $a(t) = 6t$، والسرعة الابتدائية $v(0) = 2$، فأوجد $v(2)$:

If acceleration is $a(t) = 6t$ and $v(0) = 2$, find $v(2)$:

A 12
B 14 ✓
C 8
D 24

السبب: السرعة هي تكامل التسارع $v(t) = 3t^2 + C$. بالتعويض $C = 2$. إذن $v(2) = 3(4) + 2 = 14$.

Q56

أوجد التكامل غير المحدود المدمج:

Evaluate the comprehensive indefinite integral:

$\int (3\sin x - 4\cos x) dx$

A $3\cos x + 4\sin x + C$
B $-3\cos x + 4\sin x + C$
C $-3\cos x - 4\sin x + C$ ✓
D $3\cos x - 4\sin x + C$

السبب: تكامل $\sin x$ هو $-\cos x$ وتكامل $\cos x$ هو $\sin x$. المعاملات تبقى كما هي.

Q57

أوجد الدالة الأصلية للمقدار الكسري المثلثي:

Find the antiderivative for the trigonometric fraction:

$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx$

A $\tan x + C$ ✓
B $\sec x + C$
C $\cot x + C$
D $-\tan x + C$

السبب: المقلوب $\frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$ وتكامل القاطع المربع هو الظل $\tan x$.

Q58

أوجد قيمة التكامل التالي:

Evaluate the following integral:

$\int (2\sec^2 x + 3\sec x \tan x) dx$

A $2\tan x + 3\tan x + C$
B $2\tan x + 3\sec x + C$ ✓
C $2\sec x + 3\tan x + C$
D $2\sec^2 x + 3\sec x + C$

السبب: تطبيق مباشر للقواعد الأساسية: تكامل $\sec^2 x$ هو $\tan x$ وتكامل $\sec x \tan x$ هو $\sec x$.

Q59

مهارات عليا: إذا كان $\int f(x)dx = x^3 \ln x + C_4$، فما هي الدالة $f(x)$ ؟

HOTS: If $\int f(x)dx = x^3 \ln x + C_4$, what is $f(x)$?

A $3x^2 \ln x$
B $x^2(3\ln x + 1)$ ✓
C $x^2(3\ln x - 1)$
D $\frac{1}{4}x^4 \ln x$

السبب: الدالة $f(x)$ هي مشتقة الناتج. نطبق قاعدة الضرب: $3x^2 \ln x + x^3(1/x) = x^2(3\ln x + 1)$.

Q60

مهارات عليا: أوجد التكامل بمتطابقة ضعف الزاوية:

HOTS: Evaluate integral using double angle identity:

$\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

A $2\sin x + C$
B $-2\cos x + C$ ✓
C $-\cos x + C$
D $\cos^2 x + C$

السبب: نفك قانون الضعف $\sin 2x = 2\sin x \cos x$. بالاختصار يتبقى تكامل $2\sin x$ وهو $-2\cos x + C$.