بنك أسئلة الرياضيات المتقدمة

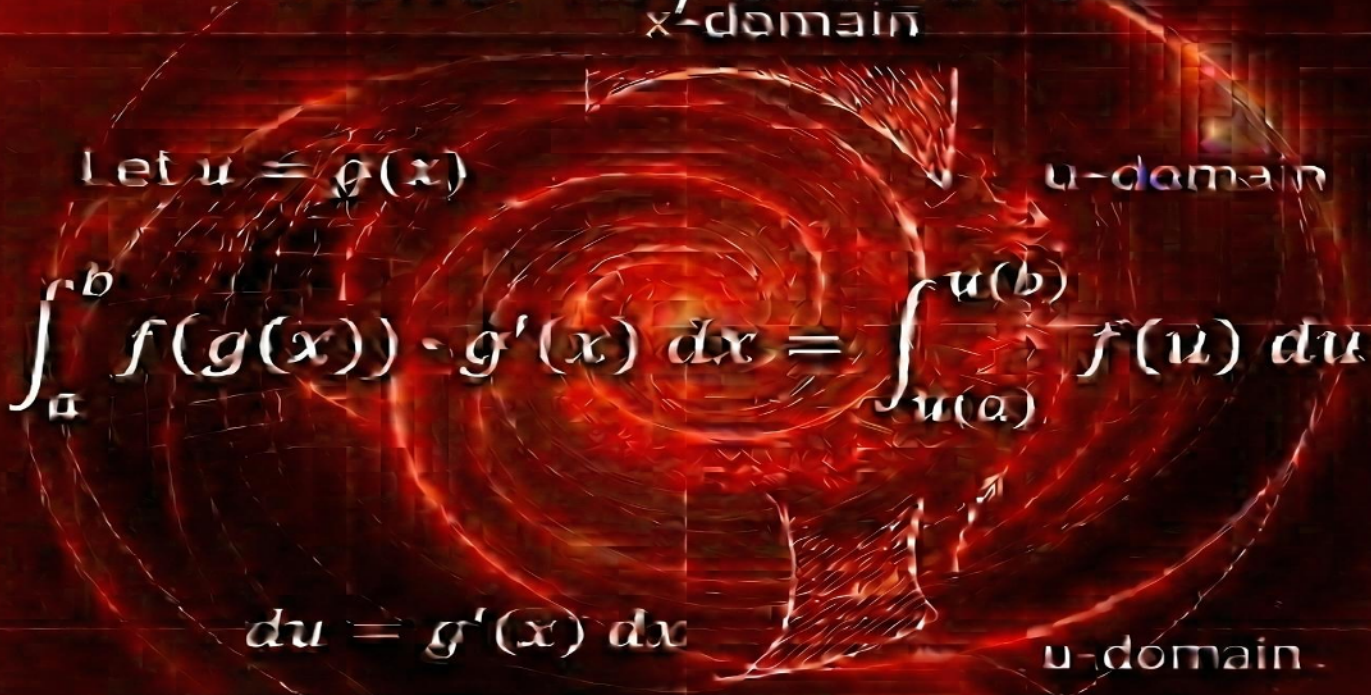
Advanced Mathematics Question & Answer Bank

الصف الثاني عشر

12th Grade

5-2 Sums and Sigma Notation

Answer Key & Solution



إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

www.magdymath.com

بنك أسئلة التميز: المجموع ورمز سيجما

Excellence Question Bank: Sums & Sigma Notation

الوحدة الخامسة | الدرس الثاني | إعداد: أ. مجدي السيد | الأسئلة

Unit 5 | Lesson 2 | Prepared by: Mr. Magdy Elsayed

1 أوجد ناتج المجموع بفك المتسلسلة: $\sum_{i=1}^{4}(2i+1)$

Find the sum by expanding the series: $\sum_{i=1}^{4}(2i+1)$

- 26
- ✓ 24
- 28
- 30

السبب / Reason: بالتعويض (3)+(5)+(7)+(9) = 24. Expand and add the terms.

2 اكتب المتسلسلة التالية برمز سيجما:
$4+8+12+\ldots+40$

Write the following series in Sigma notation:
$4+8+12+\ldots+40$

- $\sum_{i=1}^{40} i$
- $\sum_{i=1}^{10}(4i+1)$
- ✓ $\sum_{i=1}^{10} 4i$
- $\sum_{i=1}^{10} 4i^2$

3 اكتب المتسلسلة برمز سيجما:
$3+8+13+\ldots+53$

Write the series in Sigma notation: $3+8+13+\ldots+53$

- ✓ $\sum_{i=1}^{11}(5i-2)$
- $\sum_{i=1}^{10}(5i-2)$
- $\sum_{i=1}^{11}(5i+2)$
- $\sum_{i=1}^{11} 3i$

4 استخدم القواعد لحساب المجموع: $\sum_{i=1}^{50} 4$

Use summation formulas to evaluate: $\sum_{i=1}^{50} 4$

- 54
- 100
- ✓ 200
- 400

السبب / Reason: مجموع الثابت = الثابت × n. إذن $4 \times 50 = 200$.

5 استخدم القواعد لحساب المجموع: $\sum_{i=1}^{20} 2i$

Use formulas to evaluate the sum: $\sum_{i=1}^{20} 2i$

- ✓ 420
- 210
- 400
- 440

السبب / Reason: نطبق قانون المجموع الخطي: $2 \times [20(21)/2] = 420$.

6 استخدم القواعد لحساب: $\sum_{i=1}^{10}(3i-2)$

Use formulas to evaluate: $\sum_{i=1}^{10}(3i-2)$

- 165
- ✓ 145
- 125
- 155

السبب / Reason: بتوزيع السيجما: $3[10(11)/2] - 2(10) = 165 - 20 = 145$.

www.magdymath.com

7 استخدم قانون التربيع لحساب: $\sum_{i=1}^{10} i^2$

Use the quadratic formula to evaluate: $\sum_{i=1}^{10} i^2$

- 285
- ✓ 385
- 485
- 3025

السبب / Reason: قانون التربيع: $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} = \frac{10(11)(21)}{6} = 385$.

8 استخدم قانون التكعيب لحساب: $\sum_{i=1}^{5} i^3$

Use the cubic formula to evaluate: $\sum_{i=1}^{5} i^3$

- 125
- 25
- ✓ 225
- 625

السبب / Reason: قانون التكعيب هو مربع القانون الخطي: $[5(6)/2]^2 = 15^2 = 225$.

9 احسب المجموع مبتدأً من الصفر: $\sum_{i=0}^{10} 2i$

Evaluate the sum starting from zero: $\sum_{i=0}^{10} 2i$

- 130
- ✓ 110
- 90
- 100

السبب / Reason: التعويض بـ 0 يعطي 0، فنحسب من 1 إلى 10: $2[10(11)/2] = 110$.

10 احسب بتغيير الدليل أو التجزئة: $\sum_{i=5}^{10} i$

Evaluate using partial sums or index shift: $\sum_{i=5}^{10} i$

- ✓ 45
- 55
- 35
- 50

السبب / Reason: المجموع الكلي (لـ 10) ناقص المجموع المفقود (لـ 4): 55 - 10 = 45.

11 احسب المجموع بدلالة المتغير n: $\sum_{i=1}^{n} (4i - 1)$

Evaluate the sum in terms of n: $\sum_{i=1}^{n} (4i - 1)$

- ✓ $2n^2 + n$
- $2n^2 - n$
- $4n^2 + n$
- $n^2 + n$

السبب / Reason: بتطبيق القوانين: $4[n(n+1)/2] - n = 2n^2 + 2n - n = 2n^2 + n$.

12 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية: $\sum_{i=1}^{5} 2(3)^i$

Evaluate the finite geometric series: $\sum_{i=1}^{5} 2(3)^i$

- 242
- 240
- ✓ 726
- 720

السبب / Reason: الحد الأول 6 والأساس 3. المجموع $S_5 = \frac{6(1-3^5)}{1-3} = 726$.

www.magdymath.com

13 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية: $\sum_{i=0}^{4} 3(2)^i$

Evaluate the geometric series: $\sum_{i=0}^{4} 3(2)^i$

- ✓ 93
- 45
- 189
- 90

السبب / Reason: تبدأ من 0 إذن $n = 5$. الحد الأول 3. المجموع $S_5 = \frac{3(1-2^5)}{1-2} = 93$.

14 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية: $\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^i$

Evaluate the infinite geometric series: $\sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^i$

- 1
- ✓ $\frac{1}{2}$
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{2}$

السبب / Reason: الحد الأول 1/3 والأساس 1/3. $S_\infty = \frac{1/3}{1-1/3} = 1/2$.

15 إذا كان $f(x) = 4x$ ، فما قيمة المجموع: $\sum_{i=1}^{10} f(i)$

If $f(x) = 4x$, evaluate the sum: $\sum_{i=1}^{10} f(i)$

- 110
- 440
- ✓ 220
- 200

السبب / Reason: نعوض لنجد $4\sum i = 4 \times 55 = 220$ Substitute to get $4\sum i$.

16 أوجد ناتج النهاية للمالانهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{4i}{n^2}$

Evaluate the limit to infinity: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{4i}{n^2}$

- ✓ 2
- 4
- 0
- $\frac{1}{2}$

السبب / Reason: الدالة خطية، النهاية هي المعامل (4) مقسوماً على (2). The limit is 4/2 = 2.

17 أوجد ناتج النهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3i^2}{n^3}$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3i^2}{n^3}$

- 3
- ✓ 1
- $\frac{1}{3}$
- $\frac{3}{2}$

السبب / Reason: الدالة تربيعية، النهاية هي المعامل (3) مقسوماً على (3). The limit is 3/3 = 1.

18 أوجد ناتج النهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2 + \frac{i}{n}\right]$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2 + \frac{i}{n}\right]$

- $\frac{1}{3}$
- $\frac{1}{2}$
- ✓ $\frac{5}{6}$
- 1

السبب / Reason: نوزع. الجزء التربيعي يعطي 1/3 والخطي يعطي 1/2. المجموع 5/6.

www.magdymath.com

19 عبر عن المتسلسلة المتناوبة برمز سيجما:
$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\ldots-\frac{1}{400}$

Express the alternating series in Sigma notation:
$1-\frac{1}{4}+\frac{1}{9}-\ldots-\frac{1}{400}$

- ✓ $\sum_{i=1}^{20}\frac{(-1)^{i+1}}{i^2}$
- $\sum_{i=1}^{20}\frac{(-1)^{i}}{i^2}$
- $\sum_{i=1}^{400}\frac{(-1)^{i+1}}{i^2}$
- $\sum_{i=1}^{20}\frac{(-1)^{i+1}}{i}$

السبب / Reason: المقامات مربعات. ولأن الحد الأول موجب نضرب في $(-1)^{i+1}$.

20 أوجد النهاية (مجموع الهندسية للمالانهاية):
$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}3\left(\frac{1}{2}\right)^{i}$

Evaluate the limit (infinite geometric sum): $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}3\left(\frac{1}{2}\right)^{i}$

- 6
- $\frac{3}{2}$
- ✓ 3
- 0

السبب / Reason: الحد الأول 3/2 والأساس 1/2. المجموع في المالانهاية = 3.

21 احسب المجموع بتغيير الدليل (يبدأ من 5): $\sum_{i=5}^{20}2i$

Evaluate the sum by shifting the index (starting from 5):
$\sum_{i=5}^{20}2i$

- 420
- ✓ 400
- 380
- 440

السبب / Reason: المجموع الكلي (420) ناقص المجموع لأول 4 حدود (20) = 400. Total sum minus sum of first 4 terms.

22 احسب المجموع مبتدئاً من الصفر: $\sum_{i=0}^{10}(3i+2)$

Evaluate the sum starting from zero: $\sum_{i=0}^{10}(3i+2)$

- 185
- 165
- ✓ 187
- 190

السبب / Reason: الحد عند 0 هو 2. المجموع من 1 إلى 10 هو 185. الإجمالي 187. Add the value at $i=0$ to the sum from 1 to 10.

23 احسب المجموع بدلالة المتغير n: $\sum_{i=1}^{n}(4i-1)$

Evaluate the sum in terms of n: $\sum_{i=1}^{n}(4i-1)$

- ✓ $2n^2+n$
- $2n^2-n$
- $4n^2+n$
- n^2+n

السبب / Reason: بالتعويض بالقوانين: $4[n(n+1)/2]-n=2n^2+2n-n=2n^2+n$.

24 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية المنتهية:
$\sum_{i=1}^{6}2(3)^{i}$

Evaluate the finite geometric series: $\sum_{i=1}^{6}2(3)^{i}$

- 726
- 2186
- ✓ 2184
- 728

السبب / Reason: الحد الأول $a_1=6$ والأساس $r=3$. المجموع $S_n=\frac{6(1-3^6)}{1-3}=2184$.

www.magdymath.com

25 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية التي تبدأ من الصفر: $\sum_{i=0}^{4} 5(2)^i$

Evaluate the geometric series starting from zero: $\sum_{i=0}^{4} 5(2)^i$

- ✓ 155
- 75
- 150
- 310

السبب / Reason: تبدأ من صفر إذن $n = 5$. الحد الأول $a_1 = 5$. المجموع $S_5 = \frac{5(1-2^5)}{1-2} = 155$.

26 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية: $\sum_{i=1}^{\infty} 4\left(\frac{1}{3}\right)^i$

Evaluate the infinite geometric series: $\sum_{i=1}^{\infty} 4\left(\frac{1}{3}\right)^i$

- 4
- ✓ 2
- $\frac{4}{3}$
- 6

السبب / Reason: الحد الأول $a_1 = 4/3$ والأساس $r = 1/3$. المجموع $S_\infty = \frac{4/3}{1-1/3} = 2$.

27 احسب المجموع اللانهائي التالي: $\sum_{i=1}^{\infty} e^{-i}$

Evaluate the following infinite sum: $\sum_{i=1}^{\infty} e^{-i}$

- $\frac{e}{e-1}$
- $\frac{1}{1-e}$
- ✓ $\frac{1}{e-1}$
- $e-1$

السبب / Reason: $a_1 = 1/e$, $r = 1/e$. المجموع $S_\infty = \frac{1/e}{1-1/e} = \frac{1}{e-1}$.

28 إذا كان $f(x) = 3x - 2$، احسب: $\sum_{i=1}^{20} f(i)$

If $f(x) = 3x - 2$, evaluate: $\sum_{i=1}^{20} f(i)$

- ✓ 590
- 630
- 550
- 610

السبب / Reason: بتوزيع المجموع $3\sum i - \sum 2 = 3(210) - 40 = 590$. Distribute the sum.

29 إذا كان $f(x) = x^2 + 1$، احسب: $\sum_{i=1}^{10} f(2i)$

If $f(x) = x^2 + 1$, evaluate: $\sum_{i=1}^{10} f(2i)$

- 1540
- ✓ 1550
- 1560
- 3850

السبب / Reason: $f(2i) = 4i^2 + 1$. المجموع $4(385) + 10 = 1550$. Substitute $2i$ first.

30 أوجد ناتج النهاية للمالانهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{2i}{n^2}$

Evaluate the limit to infinity: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{2i}{n^2}$

- 2
- 0
- ✓ 1
- $\frac{1}{2}$

السبب / Reason: دالة خطية، النهاية هي المعامل مقسوماً على 2 (أي 2/2 = 1). Limit is coeff/2.

www.magdymath.com

31 أوجد ناتج النهاية للمالانهاية: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{5i^2}{n^3}$

Evaluate the limit to infinity: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{5i^2}{n^3}$

- ✓ $\frac{5}{3}$
- 5
- $\frac{2}{3}$
- 0

السبب / Reason: دالة تربيعية، النهاية هي المعامل مقسوماً على 3 (أي 5/3). Limit is coeff/3.

32 أوجد ناتج النهاية التالية: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{4}{n}\left(\frac{i}{n}\right)^2$

Evaluate the following limit: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{4}{n}\left(\frac{i}{n}\right)^2$

- $\frac{3}{4}$
- 4
- ✓ $\frac{4}{3}$
- 1

السبب / Reason: بالتبسيط تصبح $\frac{4i^2}{n^3}$. النهاية Simplifies to $4i^2/n^3$. 4/3.

33 أوجد ناتج النهاية المعقدة: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left(1+\frac{2i}{n}\right)$

Evaluate the complex limit: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left(1+\frac{2i}{n}\right)$

- 1
- ✓ 2
- 3
- $\frac{1}{2}$

السبب / Reason: المجموع الكلي: $\lim(1)+\lim(\frac{2i}{n^2})=1+1=2$. Limit of sum equals 2.

34 عبر عن المتسلسلة التالية برمز سيجما: $2+4+6+8+\ldots+40$

Express the series in Sigma notation: $2+4+6+8+\ldots+40$

- $\sum_{i=1}^{40}2i$
- ✓ $\sum_{i=1}^{20}2i$
- $\sum_{i=1}^{20}(2i+1)$
- $\sum_{i=1}^{10}4i$

35 عبر عن المتسلسلة المتناوبة برمز سيجما: $-1+2-3+4-\ldots+20$

Express the alternating series in Sigma notation: $-1+2-3+4-\ldots+20$

- $\sum_{i=1}^{20}(-1)^{i+1}i$
- $\sum_{i=1}^{10}(-1)^{i}(2i)$
- ✓ $\sum_{i=1}^{20}(-1)^{i}i$
- $\sum_{=}^{20}(-1)^{i\ 1}i$

36 احسب قيمة المجموع: $\sum_{i=1}^{10}(i^3-i^2)$

Evaluate the sum: $\sum_{i=1}^{10}(i^3-i^2)$

- 3025
- 3410
- ✓ 2640
- 2540

السبب / Reason: المجموع التكعيبي (3025) ناقص المجموع التربيعي (385) = 2640. Subtract the sums.

www.magdymath.com

37 إذا كان $\sum_{i=1}^{n} a_i = 15$ و $\sum_{i=1}^{n} b_i = 10$، فإن $\sum_{i=1}^{n}(2a_i - b_i)$ يساوي:

If $\sum_{i=1}^{n} a_i = 15$ and $\sum_{i=1}^{n} b_i = 10$, then $\sum_{i=1}^{n}(2a_i - b_i)$ equals:

- 5
- ✓ 20
- 25
- 40

السبب / Reason: نوزع السيجما ونعوض: $2(15) - 10 = 30 - 10 = 20$. Distribute and substitute.

38 أوجد النهاية للمالانهاية للثابت: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3}{n}$

Evaluate the limit to infinity for the constant: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{3}{n}$

- 0
- ∞
- ✓ 3
- 1

السبب / Reason: مجموع الثابت هو $(3/n) \times n = 3$. ونهاية الثابت 3 هي 3. Constant limit is constant.

39 مجموع المتسلسلة الهندسية $\sum_{i=1}^{\infty} 2(5)^{-i}$ يساوي:

The sum of the geometric series $\sum_{i=1}^{\infty} 2(5)^{-i}$ equals:

- ✓ $\frac{1}{2}$
- 2
- $\frac{5}{2}$
- $\frac{1}{5}$

السبب / Reason: الحد الأول 2/5 والأساس 1/5. المجموع $\frac{2/5}{1-1/5} = 1/2$. Use infinite sum formula.

40 لحساب مجموع المتسلسلة $\sum_{k=3}^{10}(k^2)$ نقوم بالعملية التالية:

To evaluate the sum $\sum_{k=3}^{10}(k^2)$ we perform the following:

- ✓ $\sum_{k=1}^{10} k^2 - \sum_{k=1}^{2} k^2$
- $\sum_{k=1}^{10} k^2 - \sum_{k=1}^{3} k^2$
- $\sum_{k=1}^{7} k^2$
- $\sum_{k=1}^{10} k^2$

السبب / Reason: نطرح مجموع أول حدين من المجموع الكلي لـ 10 حدود. Subtract sum of first 2 terms.

41 أوجد ناتج النهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{5i}{n^2}$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{5i}{n^2}$

- $\frac{2}{5}$
- 5
- ✓ $\frac{5}{2}$
- 0

السبب / Reason: نستخرج $5/n^2$ ونعوض بقانون الدرجة الأولى: النهاية = 5/2. Limit of linear term is coeff/2.

42 أوجد ناتج النهاية للمالانهاية: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{6i^2}{n^3}$

Evaluate the limit to infinity: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{6i^2}{n^3}$

- ✓ 2
- 6
- 3
- $\frac{1}{2}$

السبب / Reason: قانون المربعات. النهاية المعامل/3، إذن 6/3 = 2. Limit of quadratic term is coeff/3.

www.magdymath.com

43 أوجد ناتج النهاية:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2+4\left(\frac{i}{n}\right)\right]$$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left[\left(\frac{i}{n}\right)^2+4\left(\frac{i}{n}\right)\right]$

- $\frac{4}{3}$
- ✓ $\frac{7}{3}$
- $\frac{5}{3}$
- $\frac{2}{3}$

السبب / Reason: بتوزيع السيجما، الجزء التربيعي يعطي 1/3 والخطي 2/4=2. المجموع 7/3.

44 أوجد ناتج النهاية:

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left(1+\frac{i}{n}\right)^2$$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{n}\left(1+\frac{i}{n}\right)^2$

- $\frac{8}{3}$
- 1
- ✓ $\frac{7}{3}$
- $\frac{4}{3}$

السبب / Reason: بفك القوس يعطي $1+2(i/n)+(i/n)^2$. النهاية $1+2/2+1/3=7/3$.

45 احسب المجموع $\sum_{i=1}^{50} f(2i)\cdot(2)$ حيث

$f(x)=x^2+4x$:

Evaluate the sum $\sum_{i=1}^{50} f(2i)\cdot(2)$ where $f(x)=x^2+4x$:

- ✓ 363800
- 343400
- 20400
- 380000

السبب / Reason: نعوض بـ $2i$: ينتج $2\sum(4i^2+8i)$ ثم نطبق قوانين المجاميع. Substitute $2i$ and apply formulas.

46 اكتب المتسلسلة برمز سيجما:

$1(2)+2(3)+3(4)+\ldots+20(21)$

Write the series in Sigma notation:
$1(2)+2(3)+3(4)+\ldots+20(21)$

- $\sum_{i=1}^{20} i(i+2)$
- ✓ $\sum_{i=1}^{20} i(i+1)$
- $\sum_{i=1}^{21} i(i-1)$
- $\sum_{i=1}^{20} (i^2+1)$

السبب / Reason: كل حد عبارة عن رقم مضروب في الذي يليه $i(i+1)$. Number multiplied by its successor.

47 عبر عن المتسلسلة المتناوبة برمز سيجما:

$$-1+\frac{1}{8}-\frac{1}{27}+\ldots+\frac{1}{1000}$$

Express alternating series in Sigma:
$-1+\frac{1}{8}-\frac{1}{27}+\ldots+\frac{1}{1000}$

- $\sum_{i=1}^{1000}\frac{(-1)^i}{i^3}$
- $\sum_{i=1}^{10}\frac{(-1)^{i+1}}{i^3}$
- ✓ $\sum_{i=1}^{10}\frac{(-1)^i}{i^3}$
- $\sum_{i=1}^{10}\frac{(-1)^i}{i^2}$

السبب / Reason: المقامات مكعبات الأعداد. الحد الأول سالب فنضرب $(-1)^i$ في Denominators are cubes.

48 احسب مجموع المتسلسلة الهندسية اللانهائية:

$$\sum_{i=1}^{\infty}2e^{-i}$$

Evaluate the infinite geometric series: $\sum_{i=1}^{\infty}2e^{-i}$

- $\frac{2}{1-e}$
- ✓ $\frac{2}{e-1}$
- $2e$
- $\frac{e}{e-1}$

السبب / Reason: متسلسلة هندسية أساسها $1/e$. $S_\infty=\frac{2/e}{1-1/e}=\frac{2}{e-1}$.

www.magdymath.com

49 احسب مجموع الدالة $f(x) = 2x - 1$ للقيم $x = 0.5, 1.0, \ldots, 25$

Evaluate the sum of $f(x) = 2x - 1$ for $x = 0.5, 1.0, \ldots, 25$

- ✓ 1225
- 1275
- 1175
- 1325

السبب / Reason: $x_i = 0.5i$، و $n = 50$. المجموع $\sum(i-1) = 1275 - 50 = 1225$.

50 أوجد ناتج النهاية للمجموع التالي: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{2i}{n}} \frac{2}{n}$

Evaluate the limit of the sum: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{2i}{n}} \frac{2}{n}$

- $e^2 + 1$
- e^2
- $1 - e^2$
- ✓ $e^2 - 1$

السبب / Reason: باستخدام مجموع الهندسية وقاعدة لوبيتال. Using L'Hopital's rule on geometric sum.

51 مهارات عليا - HOTS

إذا كانت $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{ki}{n^2} = 10$ ، فما قيمة k؟

If $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \frac{ki}{n^2} = 10$, what is the value of k?

- ✓ 20
- 10
- 2
- 5

السبب / Reason: النهاية هي $k/2$. بمساواتها بـ 10 نجد أن $k = 20$. Limit is $k/2$.

52 مهارات عليا - HOTS

أوجد قيمة المتسلسلة التلسكوبية:

$$\sum_{i=1}^{99} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}\right)$$

Evaluate the telescoping series: $\sum_{i=1}^{99} \left(\frac{1}{i} - \frac{1}{i+1}\right)$

- $\frac{1}{100}$
- 1
- $\frac{98}{99}$
- ✓ $\frac{99}{100}$

السبب / Reason: تُحذف الحدود الوسطى ويتبقى الأول ناقص الأخير: $(1 - 1/100 = 99/100)$.

53 مهارات عليا - HOTS

إذا كان مجموع الهندسية اللانهائية $\sum_{i=1}^{\infty} a\left(\frac{1}{4}\right)^i = 12$ ، فما قيمة a؟

If the infinite geometric sum $\sum_{i=1}^{\infty} a\left(\frac{1}{4}\right)^i = 12$, find a.

- 48
- ✓ 36
- 9
- 12

السبب / Reason: الحد الأول $a/4$. إذن $\frac{a/4}{3/4} = a/3 = 12 \implies a = 36$.

54 مهارات عليا - HOTS

ما هو التعبير المكافئ للمجموع $\sum_{i=5}^{24} f(i-4)$ إذا بدأنا من 1؟

What is equivalent to $\sum_{i=5}^{24} f(i-4)$ starting from index 1?

- ✓ $\sum_{j=1}^{20} f(j)$
- $\sum_{j=1}^{24} f(j)$
- $\sum_{j=5}^{20} f(j)$
- $\sum_{j=1}^{20} f(j-4)$

السبب / Reason: نفرض $j = i - 4$. عندما $i = 5$ فإن $j = 1$. وعندما $i = 24$ فإن $j = 20$.

www.magdymath.com

55 مهارات عليا - HOTS

أوجد ناتج النهاية: $\lim_{n\to\infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2}{n^3}$

Evaluate the limit: $\lim_{n\to\infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2}{n^3}$

- $\frac{1}{3}$ ✓
- $\frac{1}{2}$
- 1
- $\frac{1}{6}$

السبب / Reason: البسط هو مجموع المربعات، والمعامل للأس الأكبر هو 2/6 = 1/3. The limit is 1/3.

56 مهارات عليا - HOTS

إذا علمت أن $\sum_{i=1}^{n} i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$، احسب:

$$\sum_{i=1}^{10}(i^3 - i)$$

Given cubic sum formula, calculate: $\sum_{i=1}^{10}(i^3 - i)$

- 2915
- 3025
- 3080
- 2970 ✓

السبب / Reason: المجموع التكعيبي (3025) ناقص المجموع الخطي (55) = 3025 - 55 = 2970.

57 مهارات عليا - HOTS

أي تكامل يكافئ النهاية:

$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{3}{n}\right)\left(1+\frac{3i}{n}\right)^2$ ؟

Which integral is equivalent to: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{3}{n}\right)\left(1+\frac{3i}{n}\right)^2$?

- $\int_0^3 x^2\,dx$
- $\int_1^4 x^2\,dx$ ✓
- $\int_0^4 (1+3x)^2\,dx$
- $\int_1^3 (1+x)^2\,dx$

السبب / Reason: العرض $\Delta x = 3/n$ والعنصر $x_i = 1 + 3i/n$، إذن البداية 1 والنهاية 4 للدالة x^2.

58 مهارات عليا - HOTS

إذا كان $\sum_{i=1}^{k} 3 = 45$، فما قيمة المجموع $\sum_{i=1}^{k} 2i$ ؟

If $\sum_{i=1}^{k} 3 = 45$, evaluate $\sum_{i=1}^{k} 2i$.

- 240 ✓
- 120
- 225
- 210

السبب / Reason: من المعطى الأول $3k = 45 \implies k = 15$. إذن $\sum 2i = 2[15(16)/2] = 240$.

59 مهارات عليا - HOTS

أوجد قيمة النهاية للمتسلسلة الأسية:

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{3i}{n}} \frac{3}{n}$$

Evaluate the limit of the exponential series: $\lim_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} e^{\frac{3i}{n}} \frac{3}{n}$

- $e^3 + 1$
- e^3
- $1 - e^3$
- $e^3 - 1$ ✓

السبب / Reason: كما في ملزمة المعلم بتطبيق مجموع الهندسية ثم قاعدة لوبيتال ينتج $e^3 - 1$.

60 مهارات عليا - HOTS

المساحة الدقيقة تحت المنحنى $f(x) = 3x^2$ في الفترة $[0, 2]$ بنهاية ريمان هي:

Exact area under $f(x) = 3x^2$ on $[0, 2]$ using Riemann limit is:

- 4
- 8 ✓
- 16
- 12

السبب / Reason: تكامل $3x^2$ من 0 إلى 2 يعطي x^3 وتعويضه يعطي 8. Riemann limit equals integral.

www.magdymath.com