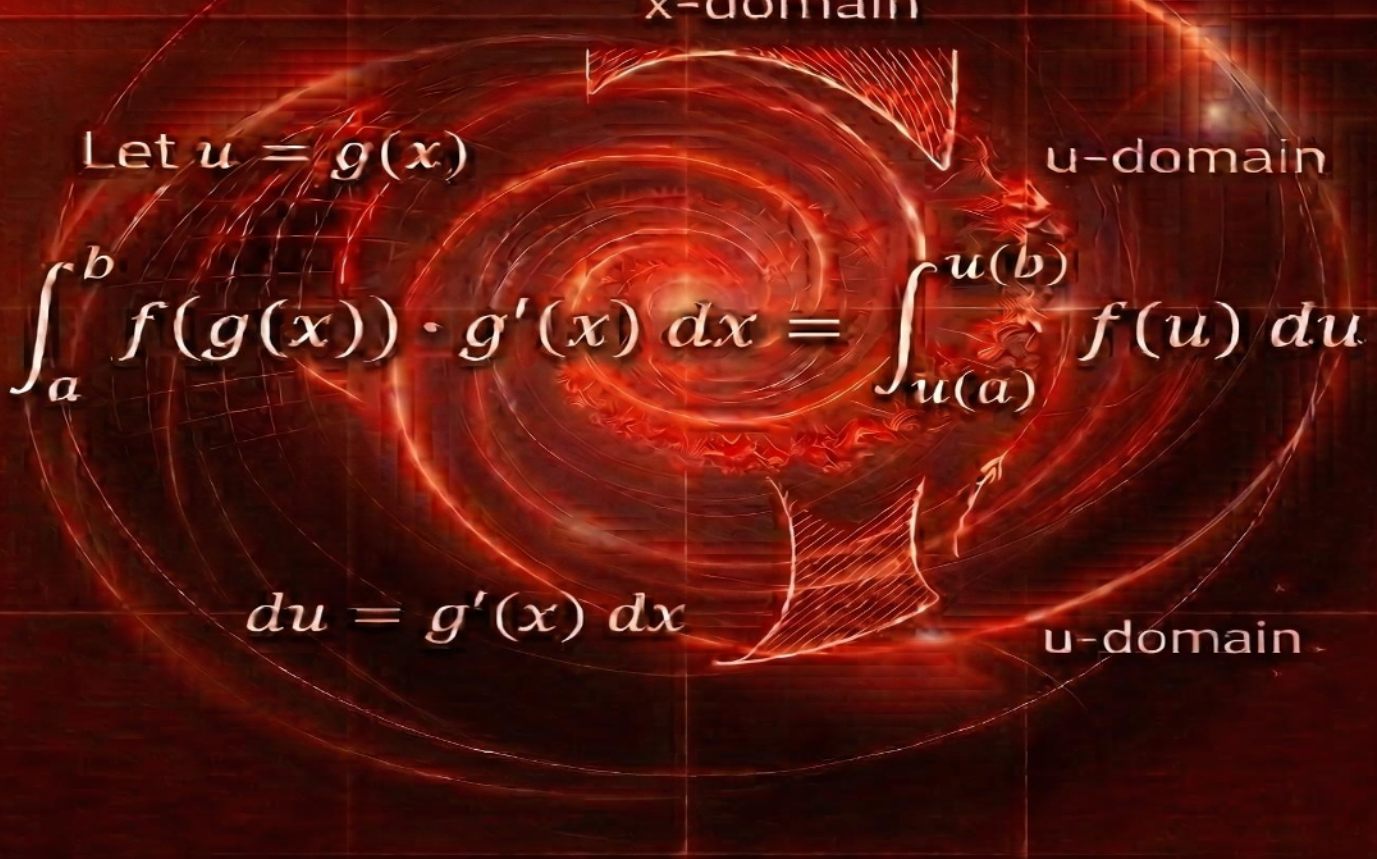
بنك أسئلة الرياضيات المتقدمة

Advanced Mathematics Question & Answer Bank

الصف الثاني عشر

12th Grade

5-3 The Area
Answer Key & Solution



إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الثالث: المساحة ومجموع ريمان

Q1

عرض الفترة الجزئية Δx لتجزئة منتظمة للفترة $[1,5]$ تتكون من 20 فترة جزئية هو:

The subinterval width Δx for a regular partition of $[1,5]$ with 20 subintervals is:

a 0.25	b 0.2 ✓
c 0.4	d 0.5

السبب: $\Delta x = \frac{5-1}{20} = 0.2$

Q2

ما العنصر الثامن في التجزئة المنتظمة التي تتكون من 10 فترات جزئية للفترة $[0,5]$؟

8th element in regular partition with 10 subintervals for $[0,5]$?

a 3.0	b 4.0
c 3.5 ✓	d 4.5

السبب: $x_7 = 0 + 7(0.5) = 3.5$

Q3

أوجد العنصر الخامس في التجزئة المنتظمة التي عدد عناصرها 21 للفترة $[2,6]$.

5th element in regular partition with 21 elements for $[2,6]$.

a 2.8 ✓	b 3.0
c 2.6	d 2.4

السبب: $n = 20, \Delta x = 0.2 \implies x_4 = 2 + 4(0.2) = 2.8$

Q4

ما هي الفترة الجزئية السادسة في التجزئة المنتظمة التي عدد فتراتها 30 للفترة $[1,7]$؟

6th subinterval in regular partition with 30 subintervals for $[1,7]$?

a $[1.8, 2.0]$	b $[2.0, 2.2]$ ✓
c $[2.2, 2.4]$	d $[1.6, 1.8]$

السبب: $\Delta x = 0.2 \implies [x_5, x_6] = [2.0, 2.2]$

Q5

التجزئة المنتظمة التي عدد فتراتها n للفترة $[-2,4]$ هي:

Regular partition with n subintervals for $[-2,4]$ is:

a $\{0, \frac{6}{n}, \ldots, 4\}$	b $\{-2, -2+\frac{6}{n}, \ldots, 4\}$ ✓
c $\{-2, -2+\frac{4}{n}, \ldots, 4\}$	d $\{-2, -2+\frac{2}{n}, \ldots, 4\}$

السبب: $\Delta x = \frac{6}{n}$ ونبدأ بالحد الأدنى -2

Q6

ما قيمة Δx للتجزئة المنتظمة التي عدد عناصرها 26 للفترة $[0,5]$؟

Δx for regular partition with 26 elements for $[0,5]$?

a 0.25	b 0.5
c 0.2 ✓	d 0.1

السبب: $n = 25 \implies \Delta x = 5/25 = 0.2$

Q7

أوجد الفترة الجزئية العاشرة في التجزئة التي عدد فتراتها 40 للفترة $[1,3]$.

10th subinterval in partition with 40 subintervals for $[1,3]$.

a $[1.40, 1.45]$	b $[1.50, 1.55]$
c $[1.45, 1.50]$ ✓	d $[1.35, 1.40]$

السبب: $\Delta x = 0.05 \implies [x_9, x_{10}] = [1.45, 1.50]$

Q8

اكتب التجزئة المنتظمة التي عدد فتراتها الجزئية 10 للفترة $[0,2]$.

Regular partition with 10 subintervals for $[0,2]$.

a $\{0, 0.2, 0.4, \ldots, 2\}$ ✓	b $\{0, 0.1, 0.2, \ldots, 2\}$
c $\{0, 0.5, 1.0, \ldots, 2\}$	d $\{0, 0.4, 0.8, \ldots, 2\}$

السبب: $\Delta x = 0.2$ نزيدها تباعاً

Q9

العنصر الثاني عشر في التجزئة المنتظمة التي عدد عناصرها 21 للفترة $[0,4]$ هو:

12th element in regular partition with 21 elements for $[0,4]$ is:

a 2.4	b 2.2 ✓
c 2.0	d 2.6

السبب: $n = 20, \Delta x = 0.2 \implies x_{11} = 11(0.2) = 2.2$

Q10

إذا كان $\Delta x = 0.5$ للفترة $[1,b]$ وعدد الفترات 10، فما قيمة b؟

If $\Delta x = 0.5$ for $[1,b]$ with 10 subintervals, what is b?

a 5	b 4
c 6 ✓	d 7

السبب: $(b-1)/10 = 0.5 \implies b-1 = 5 \implies b = 6$

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الثالث: المساحة ومجموع ريمان

Q11

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=4x$ على $[0,2]$ بـ 4 مستطيلات (نهاية يسرى):

Approx area for $f(x)=4x$ on $[0,2]$ using 4 left rectangles:

a 8	b 6 ✓
c 10	d 12

السبب: $\Delta x=0.5 \implies 0.5(0+2+4+6)=6$

Q12

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=x^2$ على $[0,4]$ بـ 4 مستطيلات (نهاية يمنى):

Approx area for $f(x)=x^2$ on $[0,4]$ using 4 right rectangles:

a 14	b 24
c 30 ✓	d 20

السبب: $1(1+4+9+16)=30$

Q13

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=2x+1$ على $[0,2]$ بمستطيلين (نقطة المنتصف):

undefined

a 4	b 8
c 6 ✓	d 5

السبب: $1(f(0.5)+f(1.5))=2+4=6$

Q14

باستخدام النقطة اليسرى، قرب مساحة $f(x)=\sqrt{x+1}$ على $[0,4]$ بـ 4 مستطيلات.

Left endpoint approx for $\sqrt{x+1}$ on $[0,4]$ with 4 rects.

a $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$ ✓	b $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{5}$
c 6.80	d 5.50

السبب: $1(f(0)+f(1)+f(2)+f(3))=1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$

Q15

باستخدام النقطة اليمنى، قرب مساحة $f(x)=\sqrt{x+1}$ على $[0,4]$ بـ 4 مستطيلات.

Right endpoint approx for $\sqrt{x+1}$ on $[0,4]$ with 4 rects.

a $1+\sqrt{2}+\sqrt{3}+2$	b $\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{5}$ ✓
c 6.80	d 8.12

السبب: $1(f(1)+f(2)+f(3)+f(4))=\sqrt{2}+\sqrt{3}+2+\sqrt{5}$

Q16

استخدم نقطة المنتصف لتقريب مساحة $f(x)=\sqrt{x+1}$ على $[0,4]$ بـ 4 مستطيلات.

Midpoint approx for $\sqrt{x+1}$ on $[0,4]$ with 4 rects.

a 6.14	b 7.38
c $\sqrt{1.5}+\cdots+\sqrt{4.5}$ ✓	d 6.50

السبب: $1(f(0.5)+f(1.5)+f(2.5)+f(3.5))$

Q17

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=2x-x^2$ على $[0,2]$ بـ 4 مستطيلات (منتصف):

Midpoint approx for $2x-x^2$ on $[0,2]$ with 4 rects:

a 1.25	b 1.5
c 1.375 ✓	d 1.0

السبب: $0.5(f(0.25)+f(0.75)+f(1.25)+f(1.75))=1.375$

Q18

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=2x$ على $[0,4]$ بـ 8 مستطيلات (يمنى):

Right approx for $2x$ on $[0,4]$ with 8 rects:

a 16	b 18 ✓
c 17	d 16.5

السبب: $0.5\sum 2(0.5i)=18$

Q19

القيمة التقريبية لمساحة $f(x)=2x$ على $[0,4]$ بـ 16 مستطيل (يسرى):

Left approx for $2x$ on $[0,4]$ with 16 rects:

a 14.66	b 15.33
c 16	d 15 ✓

السبب: $0.25\sum 2(0.25(i-1))=15$

Q20

القيمة التقريبية لـ $f(x)=x^3-1$ على $[-1,1]$ بـ 100 مستطيل (يمنى):

Right approx for x^3-1 on $[-1,1]$ with 100 rects:

a 1.98	b -1.98 ✓
c 2	d -2

السبب: المساحة الدقيقة -2، التقريب اليميني لدالة تزايدية يعطي قيمة أكبر قليلاً ≈ -1.98

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الثالث: المساحة ومجموع ريمان

Q21

من الجدول للقيم $x \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4\}$ والصور $\{2, 3, 5, 4, 1\}$ (نهاية يسرى):

Estimate area using left endpoints from table:

a 1.3	b 1.5
c 1.4 ✓	d 1.2

السبب: $0.1(2+3+5+4) = 1.4$

Q22

من نفس الجدول السابق، قدر المساحة باستخدام (نهاية يمنى):

Estimate area using right endpoints from table:

a 1.4	b 1.5
c 1.2	d 1.3 ✓

السبب: $0.1(3+5+4+1) = 1.3$

Q23

من الجدول للقيم $x \in \{1, 1.2, \ldots, 2.0\}$ والصور $\{0, 0.4, 0.6, 0.8, 1.2, 1.4\}$ (يمنى):

Estimate area using right endpoints:

a 0.6	b 0.9
c 0.88 ✓	d 0.8

السبب: $0.2(0.4+0.6+0.8+1.2+1.4) = 0.88$

Q24

باستخدام نفس الجدول، قدر المساحة (نهاية يسرى):

Estimate area using left endpoints from same table:

a 0.88	b 0.6 ✓
c 0.7	d 0.5

السبب: $0.2(0+0.4+0.6+0.8+1.2) = 0.6$

Q25

جدول السرعة $v(t)$: $(0, 40), (1, 42), (2, 40), (3, 44), (4, 48)$. المسافة (يسرى):

Estimate distance using left endpoints for $v(t)$:

a 174	b 170
c 166 ✓	d 160

السبب: $1(40+42+40+44) = 166$

Q26

من نفس جدول السرعة، قدر المسافة المقطوعة (يمنى):

Estimate distance using right endpoints:

a 166	b 170
c 180	d 174 ✓

السبب: $1(42+40+44+48) = 174$

Q27

مجموع ريمان لـ $f(x) = x^2$ على $[0, 1]$ هو $2/3$ بنقطتين c, d. $c^2 + d^2 =$ ؟

If Riemann sum for x^2 on $[0, 1]$ is $2/3$. $c^2 + d^2 =$?

a $2/3$	b $4/3$ ✓
c $1/3$	d $4/9$

السبب: $0.5(c^2 + d^2) = 2/3 \implies c^2 + d^2 = 4/3$

Q28

للتجزئة $P = \{0, 2, 4, 6\}$ و $f(x) = x + 1$. مجموع ريمان الأيسر:

Left Riemann sum for $P = \{0, 2, 4, 6\}$ and $x + 1$:

a 24	b 12
c 18 ✓	d 20

السبب: $\Delta x = 2$. $2(f(0) + f(2) + f(4)) = 2(1+3+5) = 18$

Q29

لنفس التجزئة السابقة، مجموع ريمان الأيمن للدالة $f(x) = x + 1$:

Right Riemann sum for the same:

a 24	b 30 ✓
c 18	d 36

السبب: $2(f(2) + f(4) + f(6)) = 2(3+5+7) = 30$

Q30

احسب $\sum f(x_i)\Delta x$ لـ $f(x) = 3x + 5$ للقيم $x = 0.4, 0.8, 1.2, 1.6, 2$، $\Delta x = 0.4$.

Calculate Riemann Sum with given values:

a 48	b 17.2 ✓
c 43	d 11

السبب: $0.4(6.2+7.4+8.6+9.8+11) = 17.2$

www.magdymath.com

Q31

المساحة لـ $f(x)=x^2$ على $[0,4]$ بنهاية مجموع ريمان:

Area under x^2 on $[0,4]$ using limit:

a $\lim \frac{16}{n^2}\sum i^2$	b $\lim \frac{64}{n^3}\sum i^2$ ✓
c $\lim \frac{64}{n^3}\sum i^3$	d $\lim \frac{16}{n^2}\sum i^3$

السبب: $\Delta x=4/n, c_i=4i/n \implies f(c_i)\Delta x=\frac{64i^2}{n^3}$

Q32

النهاية التي تمثل مساحة $f(x)=2x$ على $[1,4]$ هي:

Limit representing area under $2x$ on $[1,4]$:

a $\lim \sum(2+\frac{2i}{n})\frac{3}{n}$	b $\lim \sum(2+\frac{6i}{n})\frac{3}{n}$ ✓
c $\lim \sum(2+\frac{6i}{n})\frac{4}{n}$	d $\lim \sum(1+\frac{3i}{n})\frac{3}{n}$

السبب: $\Delta x=3/n, c_i=1+3i/n \implies 2(1+3i/n)(3/n)$

Q33

المنطقة $\lim \sum \sqrt{2+\frac{2i}{n}}(\frac{2}{n})$ تحت $f(x)=\sqrt{x}$ على:

Region for $\lim \sum \sqrt{2+2i/n}(2/n)$ under $\sqrt{x}$:

a $[0,2]$	b $[0,4]$
c $[2,4]$ ✓	d $[1,2]$

السبب: $a=2, \Delta x=2/n \implies b=2+2=4$

Q34

النهاية $\lim \sum \sqrt{\frac{4i}{n}}(\frac{4}{n})$ تحت $f(x)=\sqrt{x}$ على الفترة:

Region for limit under $\sqrt{x}$:

a $[0,2]$	b $[2,4]$
c $[0,4]$ ✓	d $[1,4]$

السبب: $a=0, \Delta x=4/n \implies b=4$

Q35

أي من النهايات يعبر عن مساحة $f(x)=\sqrt{x}$ على $[0,2]$؟

Which limit represents area under $\sqrt{x}$ on $[0,2]$?

a $\lim \sum \sqrt{2+\frac{2i}{n}}\frac{2}{n}$	b $\lim \sum \sqrt{\frac{4i}{n}}\frac{4}{n}$
c $\lim \sum \sqrt{\frac{2i}{n}}\frac{2}{n}$ ✓	d $\lim \sum \sqrt{\frac{i}{n}}\frac{1}{n}$

السبب: $\Delta x=2/n, c_i=2i/n$

Q36

التعبير $\lim \sum(3+\frac{2i}{n})^2\frac{2}{n}$ يمثل مساحة x^2 على:

Expression represents area for x^2 on:

a $[0,2]$	b $[3,5]$ ✓
c $[2,5]$	d $[3,4]$

السبب: $a=3, \Delta x=2/n \implies [3,5]$

Q37

صيغة المساحة الدقيقة كـ نهاية لـ $f(x)=3x$ على $[0,2]$:

Exact area limit formula for $3x$ on $[0,2]$:

a $\lim \frac{6}{n^2}\sum i$	b $\lim \frac{12}{n^3}\sum i^2$
c $\lim \frac{12}{n^2}\sum i$ ✓	d $\lim \frac{8}{n^2}\sum i$

السبب: $3(2i/n)(2/n)=12i/n^2$

Q38

صيغة المساحة الدقيقة كـ نهاية لـ $f(x)=4x$ على $[0,3]$:

Exact area limit formula for $4x$ on $[0,3]$:

a $\lim \frac{12}{n^2}\sum i$	b $\lim \frac{36}{n^2}\sum i$ ✓
c $\lim \frac{36}{n^3}\sum i^2$	d $\lim \frac{24}{n^2}\sum i$

السبب: $4(3i/n)(3/n)=36i/n^2$

Q39

المساحة الدقيقة تحت $f(x)=2x$ على $[1,4]$:

Exact area under $2x$ on $[1,4]$:

a 14	b 16
c 15 ✓	d 18

السبب: $\int_1^4 2x\,dx=x^2|_1^4=16-1=15$

Q40

المساحة الدقيقة تحت $f(x)=3x^2$ على $[0,4]$:

Exact area under $3x^2$ on $[0,4]$:

a 32	b 64 ✓
c 128	d 16

السبب: $\int_0^4 3x^2dx=x^3|_0^4=64$

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الثالث: المساحة ومجموع ريمان

Q41

إذا كان $A_n = \frac{2(n^2-1)}{3n^2}$، فأوجد المساحة الدقيقة A:

If $A_n = \frac{2(n^2-1)}{3n^2}$, find exact area A:

a $1/3$	b 1
c $2/3$ ✓	d $4/3$

السبب: $\lim_{n\to\infty} A_n = 2/3$

Q42

إذا كان $A_n = \frac{5n(n-2)}{2n^2+1}$، فأوجد المساحة الدقيقة A:

If $A_n = \frac{5n(n-2)}{2n^2+1}$, find exact area A:

a 5	b 2
c 2.5 ✓	d 10

السبب: $\lim A_n = 5/2 = 2.5$

Q43

أوجد المساحة الدقيقة إذا كان $A_n = \frac{(3n+1)(2n-1)}{n^2}$:

Find exact area if $A_n = \frac{(3n+1)(2n-1)}{n^2}$:

a 3	b 6 ✓
c 2	d 5

السبب: $\lim A_n = 6/1 = 6$

Q44

إذا كان $A_n = \frac{1}{n}\sum(\frac{i}{n})^2$ لـ x^2 على $[0,1]$، المساحة:

Area for x^2 on $[0,1]$ given A_n:

a $1/6$	b 1
c $1/3$ ✓	d 2

السبب: $\int_0^1 x^2dx = 1/3$

Q45

أوجد المساحة الدقيقة إذا كان $A_n = \frac{2}{n}\sum(\frac{2i}{n})^2$.

Find exact area given A_n.

a $4/3$	b $16/3$
c $8/3$ ✓	d 2

السبب: يمثل $\int_0^2 x^2dx = 8/3$

Q46

أوجد المساحة الدقيقة إذا كان $A_n = \frac{3}{n}\sum(\frac{3i}{n})^2$.

Find exact area given A_n.

a 27	b 3
c 9 ✓	d 6

السبب: يمثل $\int_0^3 x^2dx = 9$

Q47

المساحة المحصورة بين $f(x) = -2x$ ومحور السينات على $[0,4]$:

Area bounded by $-2x$ and x-axis on $[0,4]$:

a -16	b 8
c 16 ✓	d -8

السبب: المساحة موجبة: $\int_0^4 |-2x|dx = 16$

Q48

المساحة المحصورة بين $f(x) = -3x$ ومحور السينات على $[0,2]$:

Area bounded by $-3x$ and x-axis on $[0,2]$:

a -6	b 3
c 6 ✓	d 12

السبب: $\int_0^2 |-3x|dx = 6$

Q49

المساحة المحصورة بين $f(x) = -x$ ومحور السينات على $[0,6]$:

Area bounded by $-x$ and x-axis on $[0,6]$:

a 36	b -18
c 18 ✓	d -36

السبب: $\int_0^6 |-x|dx = 18$

Q50

ما قيمة $\lim_{n\to\infty} \frac{12}{n^2}\sum_{i=1}^{n} i$ ؟

Value of the limit?

a 12	b 3
c 24	d 6 ✓

السبب: $\lim \frac{12n(n+1)}{2n^2} = 12/2 = 6$

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الثالث: المساحة ومجموع ريمان

Q51

(HOTS) P للفترة $[a,b]$ لها $x_0=2$ و $x_n=10$. إذا كان عدد العناصر 17، $\Delta x=$؟

Partition $x_0=2$, $x_n=10$, 17 elements. $\Delta x=$?

a 0.4	b 0.8
c 0.5 ✓	d 1.0

السبب: $n=16, \Delta x=(10-2)/16=0.5$

Q52

(HOTS) إذا كانت $\Delta x=0.2$ على $[1,5]$، كم عدد عناصر التجزئة؟

If $\Delta x=0.2$ on $[1,5]$, elements=?

a 20	b 19
c 21 ✓	d 25

السبب: $n=4/0.2=20$. العناصر $=n+1=21$

Q53

(HOTS) تجزئة منتظمة تبدأ من $a=1$. إذا كان $x_5=3$، $\Delta x=$؟

Starts at $a=1$. If $x_5=3$, $\Delta x=$?

a 0.5	b 0.6
c 0.4 ✓	d 0.2

السبب: $1+5\Delta x=3 \implies 5\Delta x=2 \implies 0.4$

Q54

(HOTS) الفرق R_n-L_n لـ $f(x)=2x$ على $[0,4]$ بـ n مستطيل؟

R_n-L_n for $2x$ on $[0,4]$ with n rects?

a $16/n$	b $8/n$
c $32/n$ ✓	d $4/n$

السبب: $\Delta x(f(b)-f(a))=(4/n)(8-0)=32/n$

Q55

(HOTS) المساحة الدقيقة تحت $f(x)=|x-2|$ على $[0,4]$.

Exact area under $|x-2|$ on $[0,4]$.

a 8	b 2
c 0	d 4 ✓

السبب: مثلثين متطابقين، مساحة كل منهما 2. $2+2=4$

Q56

(HOTS) احسب $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}(2i)$.

Evaluate limit.

a 2	b 0.5
c 1 ✓	d 4

السبب: $\lim\frac{2n(n+1)}{2n^2}=1$

Q57

(HOTS) تقريب يعطي دائماً قيمة أقل للمساحة لدالة متزايدة ومقعرة لأعلى؟

Underestimate for increasing, concave up?

a النقطة اليمنى	b نقطة المنتصف
c النقطة اليسرى ✓	d شبه المنحرف

السبب: النهاية اليسرى لدالة تزايدية تكون دائماً أسفل المنحنى.

Q58

(HOTS) احسب المساحة لـ x^3 على $[0,1]$ بتعريف النهاية.

Area for x^3 on $[0,1]$ using limit.

a 1/3	b 1/2
c 1/4 ✓	d 1

السبب: $\int_0^1 x^3dx=1/4$

Q59

(HOTS) لـ $f(x)=x^2$ على $[0,\infty)$، العبارة الصحيحة دائماً:

For x^2 on $[0,\infty)$, true statement:

a $M_n=Exact$	b $L_n=R_n$
c $R_n<Exact<L_n$	d $L_n<Exact<R_n$ ✓

السبب: الدالة تزايدية، فالتقريب الأيسر أقل والأيمن أكبر من المساحة الدقيقة.

Q60

(HOTS) المساحة الدقيقة لـ $f(x)=x$ على $[0,b]$ هي 18. $b=$؟ $(b>0)$

Exact area under x on $[0,b]$ is 18. $b=$?

a 9	b 36
c 6 ✓	d 3

السبب: مساحة مثلث $=0.5b^2=18 \implies b^2=36 \implies b=6$

www.magdymath.com