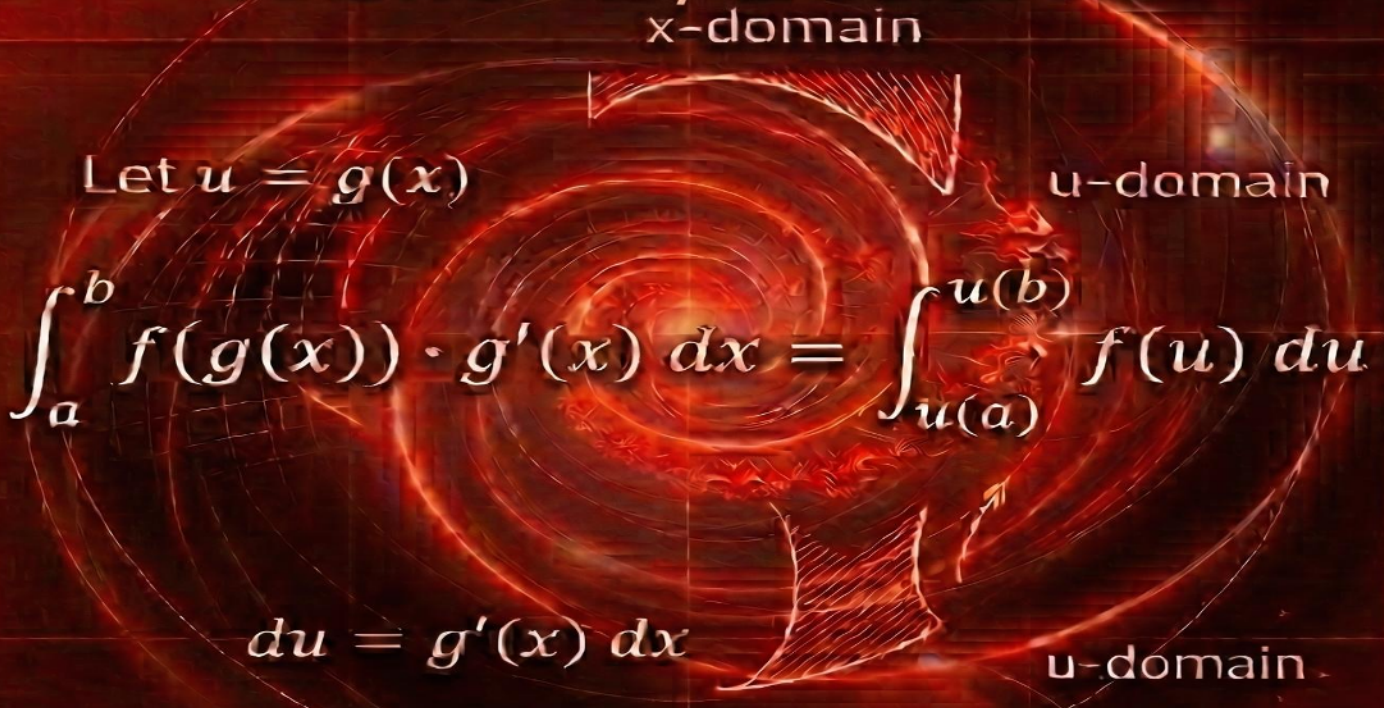
بنك أسئلة الرياضيات المتقدمة

Advanced Mathematics Question & Answer Bank

الصف الثاني عشر

12th Grade

5-4 The Definite Integral
Answer Key & Solution



إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس الرابع: التكامل المحدود

Q1

قيمة التكامل المحدود $\int_5^5 (2x^3 - 4x + 7)\,dx$ تساوي:

Evaluate $\int_5^5 (2x^3 - 4x + 7)\,dx$:

a 0 ✓	b 1
c 25	d غير معرفة

السبب: تكامل الدالة عند نفس النقطة (تطابق الحدين) يساوي صفراً دائماً.

Q2

إذا كان $\int_1^4 f(x)\,dx = 8$ فإن قيمة $\int_4^1 f(x)\,dx$ تساوي:

If $\int_1^4 f = 8$, then $\int_4^1 f$ equals:

a -8 ✓	b 8
c 1/8	d -1/8

السبب: عكس حدود التكامل يغير إشارة الناتج.

Q3

إذا كان $\int_2^5 f(x)\,dx = 12$ و $\int_5^7 f(x)\,dx = 4$ فإن $\int_2^7 f(x)\,dx$:

If $\int_2^5 f = 12$ and $\int_5^7 f = 4$, find $\int_2^7 f$:

a 16 ✓	b 8
c 48	d 3

السبب: خاصية الإضافة: التكامل من 2 إلى 7 يساوي مجموع التكاملين $12 + 4 = 16$.

Q4

إذا كان $\int_1^6 f(x)\,dx = 10$ و $\int_1^3 f(x)\,dx = 4$ فإن $\int_3^6 f(x)\,dx$:

If $\int_1^6 f = 10$ and $\int_1^3 f = 4$, find $\int_3^6 f$:

a 6 ✓	b 14
c -6	d 40

السبب: نطرح التكامل من 1 لـ 3 من التكامل الكلي: 10 - 4 = 6.

Q5

قيمة التكامل $\int_2^5 4\,dx$ تساوي:

Evaluate $\int_2^5 4\,dx$:

a 12 ✓	b 20
c 8	d 3

السبب: تكامل الثابت = الثابت × (الحد العلوي - الحد السفلي) = 4(5-2) = 12.

Q6

إذا كان $\int_0^3 f(x)\,dx = 5$ فإن $\int_0^3 2f(x)\,dx$:

If $\int_0^3 f = 5$, then $\int_0^3 2f$ equals:

a 10 ✓	b 5
c 7	d 2.5

السبب: يُضرب الثابت خارج التكامل: 2 × 5 = 10.

Q7

إذا كان $\int_1^4 f(x)\,dx = -2$ و $\int_1^4 g(x)\,dx = 7$ فإن $\int_1^4 (f(x) + 2g(x))\,dx$:

Find $\int_1^4 (f + 2g)$:

a 12 ✓	b 5
c 9	d 14

السبب: بتوزيع التكامل: -2 + 2(7) = 12.

Q8

إذا كان $\int_{-2}^3 f(x)\,dx = 8$ و $\int_{-2}^3 g(x)\,dx = -3$ فإن $\int_{-2}^3 (2f(x) - g(x))\,dx$:

Evaluate $\int_{-2}^3 (2f - g)$:

a 19 ✓	b 13
c 16	d 22

السبب: التعويض المباشر: 2(8) - (-3) = 16 + 3 = 19.

Q9

إذا كان $\int_1^5 (f(x) + 3)\,dx = 20$ فإن $\int_1^5 f(x)\,dx$ تساوي:

If $\int_1^5 (f(x) + 3)\,dx = 20$, find $\int_1^5 f(x)\,dx$:

a 8 ✓	b 17
c 11	d 12

السبب: تكامل 3 من 1 لـ 5 يساوي 12. إذن $\int f(x)\,dx + 12 = 20 \implies 8$.

Q10

إذا كان $\int_2^k 5\,dx = 15$ فإن قيمة k تساوي:

If $\int_2^k 5\,dx = 15$, find k:

a 5 ✓	b 3
c 7	d 15

السبب: $5(k-2) = 15 \implies k - 2 = 3 \implies k = 5$.

Click to edit

Telegram YouTube 0562721972 magdymath.com

Q11

قيمة $\int_0^4 2x dx$ باستخدام المساحة الهندسية تساوي:

Evaluate $\int_0^4 2x dx$ using geometry:

a 16 ✓	b 8
c 4	d 32

السبب: مساحة مثلث قاعدته 4 وارتفاعه 8. المساحة = $0.5(4)(8) = 16$.

Q12

قيمة $\int_{-3}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$ تمثل مساحة نصف دائرة وتساوي:

Evaluate $\int_{-3}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$:

a 4.5π ✓	b 9π
c 3π	d 18π

السبب: مساحة نصف دائرة نصف قطرها 3. المساحة = $0.5\pi(3)^2 = 4.5\pi$.

Q13

قيمة $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$ تمثل مساحة ربع دائرة وتساوي:

Evaluate $\int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$:

a 4π ✓	b 8π
c 16π	d 2π

السبب: مساحة ربع دائرة نصف قطرها 4. المساحة = $0.25\pi(4)^2 = 4\pi$.

Q14

إذا كانت $f(x)$ تمثل نصف دائرة علوية نصف قطرها 5 مركزها نقطة الأصل، فإن $\int_{-5}^{5} f(x) dx$:

Integral of upper semicircle with $r = 5$ on $[-5, 5]$:

a 12.5π ✓	b 25π
c 5π	d 10π

السبب: $0.5\pi(5)^2 = 12.5\pi$.

Q15

هندسياً، قيمة $\int_{-2}^{2} 5 dx$ تمثل مستطيلاً مساحته:

Geometrically, $\int_{-2}^{2} 5 dx$ evaluates to:

a 20 ✓	b 10
c 5	d 0

السبب: مستطيل عرضه 4 وارتفاعه 5. المساحة = 20.

Q16

هندسياً، $\int_{-3}^{3} (4 - \sqrt{9-x^2}) dx$ تساوي:

Evaluate $\int_{-3}^{3} (4 - \sqrt{9-x^2}) dx$ using geometry:

a $24 - 4.5\pi$ ✓	b $12 - 4.5\pi$
c $24 - 9\pi$	d $12 - 9\pi$

السبب: مساحة مستطيل (4×6) ناقص مساحة نصف دائرة (4.5π).

Q17

قيمة $\int_0^2 (x+2) dx$ باستخدام مساحة شبه المنحرف تساوي:

Evaluate $\int_0^2 (x+2) dx$ geometrically:

a 6 ✓	b 4
c 8	d 10

السبب: شبه منحرف: الارتفاعان 2 و 4. المساحة = $0.5 \times 2 \times (2+4) = 6$.

Q18

التكامل المحدود لمساحة دائرة كاملة نصف قطرها 3 مركزها نقطة الأصل هو:

The definite integral for a full circle area $r = 3$ is:

a $2\int_{-3}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$ ✓	b $\int_{-3}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$
c $0.5\int_{-3}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$	d $\int_{0}^{3} \sqrt{9-x^2} dx$

السبب: نصف الدائرة العلوي يضرب في 2 ليعطي المساحة الكاملة.

Q19

المساحة الصافية للدالة $f(x) = x - 2$ على الفترة $[0, 5]$ تساوي:

The net area for $f(x) = x - 2$ on $[0, 5]$ is:

a 2.5 ✓	b 4.5
c 6.5	d -2

السبب: مثلث تحت المحور مساحته 2 (سالب)، ومثلث فوقه 4.5. الصافي 2.5.

Q20

إذا كانت المساحة فوق محور x تساوي 14 وتحته تساوي 6، فإن قيمة التكامل المحدود:

If area above x-axis is 14 and below is 6, the integral is:

a 8 ✓	b 20
c -8	d 14

السبب: التكامل المحدود يمثل المساحة الصافية: 14 - 6 = 8.

Click to edit

Q21

قيمة التكامل $\int_0^4 |x-2|dx$ تساوي:

Evaluate $\int_0^4 |x-2|dx$:

a 4 ✓	b 0
c 8	d 2

السبب: مثلثان متطابقان مساحة كل منهما 2. المجموع = 4.

Q22

قيمة التكامل $\int_{-1}^3 |x|dx$ تساوي:

Evaluate $\int_{-1}^3 |x|dx$:

a 5 ✓	b 4
c 4.5	d 6

السبب: مثلث أيسر مساحته 0.5 وأيمن مساحته 4.5. المجموع = 5.

Q23

إذا كان $f(x) = \{2x \text{ for } x < 2, \quad 4 \text{ for } x \geq 2\}$، فإن $\int_0^5 f(x)dx$:

Evaluate piecewise integral:

a 16 ✓	b 20
c 12	d 14

السبب: $\int_0^2 2xdx = 4$. $\int_2^5 4dx = 12$. المجموع 16.

Q24

قيمة التكامل $\int_{-2}^2 (|x|+1)dx$ تساوي:

Evaluate $\int_{-2}^2 (|x|+1)dx$:

a 8 ✓	b 4
c 6	d 10

السبب: تكامل $|x|$ هو 4، وتكامل 1 هو 4. المجموع 8.

Q25

قيمة التكامل $\int_0^5 |2x-6|dx$ تساوي:

Evaluate $\int_0^5 |2x-6|dx$:

a 13 ✓	b 9
c 4	d 17

السبب: صفر المطلق 3. مساحة المثلث الأول 9 والثاني 4. المجموع 13.

Q26

قيمة التكامل $\int_{-3}^3 \frac{x}{|x|}dx$ تساوي:

Evaluate $\int_{-3}^3 \frac{x}{|x|}dx$:

a 0 ✓	b 6
c -6	d غير معرفة

السبب: الدالة فردية وتكاملها على فترة متماثلة يساوي صفراً.

Q27

قيمة التكامل $\int_{-1}^4 |x-1|dx$ تساوي:

Evaluate $\int_{-1}^4 |x-1|dx$:

a 6.5 ✓	b 4.5
c 2	d 5

السبب: مثلثان قاعدتهما 2 و 3. المساحات 2 و 4.5. المجموع 6.5.

Q28

إذا كان $f(x) = \{3 \text{ for } x < 1, \quad x \text{ for } x \geq 1\}$، فإن $\int_0^3 f(x)dx$:

Evaluate piecewise integral on $[0,3]$:

a 7 ✓	b 5
c 9	d 6

السبب: مستطيل مساحته 3، وشبه منحرف مساحته 4. المجموع 7.

Q29

قيمة التكامل $\int_0^2 (x+|x-1|)dx$ تساوي:

Evaluate $\int_0^2 (x+|x-1|)dx$:

a 3 ✓	b 1
c 2	d 4

السبب: تكامل x هو 2. تكامل $|x-1|$ هو 1. المجموع 3.

Q30

المساحة الكلية (وليس التكامل الصافي) بين $f(x) = x - 1$ ومحور x على $[0,3]$:

Total area between $x-1$ and x-axis on $[0,3]$:

a 2.5 ✓	b 1.5
c 3	d 0.5

السبب: المساحة الكلية هي تكامل القيمة المطلقة. 0.5 + 2 = 2.5.

Click to edit

Q31

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=4$ على الفترة $[1,5]$ تساوي:

Average value of $f(x)=4$ on $[1,5]$:

a 4 ✓	b 1
c 16	d 20

السبب: متوسط الدالة الثابتة هو الثابت نفسه.

Q32

إذا كان $\int_1^4 f(x)dx=15$ فإن القيمة المتوسطة لـ $f(x)$ على $[1,4]$ هي:

If $\int_1^4 f=15$, average value on $[1,4]$ is:

a 5 ✓	b 15
c 3	d 45

السبب: القيمة المتوسطة = التكامل ÷ طول الفترة = 15 / 3 = 5.

Q33

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=2x$ على الفترة $[0,4]$ تساوي:

Average value of $f(x)=2x$ on $[0,4]$:

a 4 ✓	b 8
c 16	d 2

السبب: التكامل = 16. المتوسط = 16 / 4 = 4.

Q34

إذا كانت القيمة المتوسطة للدالة $f_{avg}=6$ على $[0,5]$ فإن $\int_0^5 f(x)dx$:

If $f_{avg}=6$ on $[0,5]$, then $\int_0^5 f$ equals:

a 30 ✓	b 6
c 1.2	d 11

السبب: التكامل = المتوسط × طول الفترة = 6 × 5 = 30.

Q35

أوجد قيمة c التي تحقق نظرية القيمة المتوسطة للتكامل لـ $f(x)=2x$ على $[0,2]$:

Find c for MVT for $f(x)=2x$ on $[0,2]$:

a 1 ✓	b 0
c 1.5	d 2

السبب: المتوسط هو 2. $f(c)=2 \implies 2c=2 \implies c=1$.

Q36

القيمة المتوسطة لنصف الدائرة $f(x)=\sqrt{16-x^2}$ على $[-4,4]$:

Average value of $\sqrt{16-x^2}$ on $[-4,4]$:

a $\pi/2$ ✓	b π
c 2π	d 4π

السبب: المساحة = 8π. الطول = 8. المتوسط = π.

Q37

جميع قيم c التي تحقق النظرية للدالة $f(x)=3$ على $[1,6]$ هي:

Find c for $f(x)=3$ on $[1,6]$:

a جميع القيم في $[1,6]$ ✓	b 1
c 6	d 3

السبب: للدالة الثابتة، كل نقطة في الفترة تحقق النظرية.

Q38

إذا كان $\int_0^k 4x dx=18$ حيث $k>0$، فإن k تساوي:

If $\int_0^k 4x dx=18$ and $k>0$, find k:

a 3 ✓	b 4
c 9	d 4.5

السبب: $2k^2=18 \implies k^2=9 \implies k=3$.

Q39

إذا كانت القيمة المتوسطة تساوي 8 على $[-1,3]$، فإن $\int_{-1}^3 2f(x)dx$:

If $f_{avg}=8$ on $[-1,3]$, find $\int_{-1}^3 2f(x)dx$:

a 64 ✓	b 32
c 16	d 48

السبب: التكامل = 8 × 4 = 32. ونضربه في 2 ليصبح 64.

Q40

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=|x|$ على الفترة $[-2,2]$ تساوي:

Average value of $f(x)=|x|$ on $[-2,2]$:

a 1 ✓	b 0
c 2	d 4

السبب: التكامل = 4. طول الفترة = 4. المتوسط = 1.

Click to edit

Q41

النهاية $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(\frac{2i}{n})\frac{2}{n}$ تعبر عن التكامل المحدود:

The limit represents which definite integral?

a $\int_0^2 x\,dx$ ✓	b $\int_0^1 2x\,dx$
c $\int_0^2 2x\,dx$	d $\int_0^1 x^2\,dx$

السبب: $c_i=2i/n, \Delta x=2/n, f(x)=x$.

Q42

إذا كانت f دالة فردية، فإن قيمة $\int_{-4}^{4} x^3\,dx$ تساوي:

For the odd function $f(x)=x^3$, evaluate $\int_{-4}^{4} x^3\,dx$:

a 0 ✓	b 64
c -64	d 128

السبب: تكامل الدالة الفردية على فترة متماثلة حول الصفر يساوي صفراً.

Q43

إذا كانت f دالة زوجية و $\int_0^3 f(x)dx=9$ فإن $\int_{-3}^{3} f(x)dx$:

If f is even and $\int_0^3 f=9$, find $\int_{-3}^{3} f$:

a 18 ✓	b 9
c 0	d -9

السبب: في الدالة الزوجية، التكامل متماثل فنضرب في 2.

Q44

إذا كانت f زوجية و $\int_{-2}^{2} f(x)dx=10$، فإن $\int_0^2 f(x)dx$ تساوي:

If f is even and $\int_{-2}^{2} f=10$, find $\int_0^2 f$:

a 5 ✓	b 10
c 20	d 0

السبب: نأخذ نصف المساحة الإجمالية.

Q45

إذا كانت f فردية و $\int_{-2}^{3} f(x)dx=8$، فإن $\int_2^3 f(x)dx$ تساوي:

If f is odd and $\int_{-2}^{3} f=8$, find $\int_2^3 f$:

a 8 ✓	b 0
c 16	d -8

السبب: التكامل من -2 لـ 2 صفر. المتبقي من 2 لـ 3 هو 8.

Q46

قيمة التعبير $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}\sqrt{1-(\frac{i}{n})^2}\frac{1}{n}$ تمثل مساحة ربع دائرة وتساوي:

Evaluate the limit representing a quarter circle area:

a $\pi/4$ ✓	b π
c $\pi/2$	d 1

السبب: تمثل تكامل $\sqrt{1-x^2}$ من 0 لـ 1. $0.25\pi(1)^2=\pi/4$.

Q47

إذا كان $f(x)\geq g(x)$ على $[0,2]$ و $\int_0^2 g(x)dx=5$، فما القيمة الممكنة لتكامل f؟

If $f\geq g$ on $[0,2]$ and $\int g=5$, what is a possible value for $\int f$?

a 7 ✓	b 4
c 3	d 0

السبب: تكامل f يجب أن يكون ≥ 5.

Q48

أي تكامل يمثل مساحة نصف الدائرة العلوية لـ $x^2+y^2=16$؟

Which integral represents the upper semicircle $x^2+y^2=16$?

a $\int_{-4}^{4}\sqrt{16-x^2}dx$ ✓	b $\int_0^4\sqrt{16-x^2}dx$
c $\int_{-16}^{16}\sqrt{16-x^2}dx$	d $\int_{-4}^{4}(16-x^2)dx$

السبب: $y=\sqrt{16-x^2}$ من -4 إلى 4.

Q49

إذا كان $\int_0^5 f(x)dx=4$ والمساحة الكلية هي 8، فما مساحة الجزء فوق المحور؟

If net is 4 and total area is 8, find the area above the x-axis:

a 6 ✓	b 2
c 4	d 8

السبب: $A_{up}+A_{down}=8 \implies 2A_{up}=12 \implies A_{up}=6$ و $A_{up}-A_{down}=4$.

Q50

القيمة المتوسطة للدالة $f(x)=\sin x$ على الفترة $[0,2\pi]$ تساوي:

Average value of $\sin x$ on $[0,2\pi]$:

a 0 ✓	b 1
c -1	d π

السبب: تكامل sin لدورة كاملة يساوي صفراً.

Click to edit

Q51

(HOTS) أوجد قيمة k إذا كان $\int_k^5 2x\,dx = 0$ علماً بأن $k \neq 5$.

(HOTS) Find k if $\int_k^5 2x\,dx = 0$ and $k \neq 5$.

a -5 ✓	b 0
c 5	d 25

السبب: $25 - k^2 = 0 \implies k = -5$.

Q52

(HOTS) استخدم الهندسة لحساب التكامل $\int_{-2}^{2}(\sqrt{4-x^2}+2)dx$.

(HOTS) Evaluate $\int_{-2}^{2}(\sqrt{4-x^2}+2)dx$.

a $2\pi+8$ ✓	b $2\pi+4$
c $4\pi+8$	d 8

السبب: نصف دائرة (2π) + مستطيل (8).

Q53

(HOTS) إذا كانت f زوجية، و $\int_{-2}^{2}(f(x)+x^3)dx = 10$، أوجد $\int_0^2 f(x)dx$.

(HOTS) Find $\int_0^2 f(x)dx$.

a 5 ✓	b 10
c 0	d 2.5

السبب: تكامل x^3 صفر. f زوجي $\implies \int_0^2 = 10/2 = 5$.

Q54

(HOTS) احسب قيمة النهاية $\lim_{n\to\infty}\sum_{i=1}^{n}(3+\frac{2i}{n})^2\frac{2}{n}$.

(HOTS) Evaluate the limit.

a $98/3$ ✓	b $125/3$
c $27/3$	d $100/3$

السبب: $\int_3^5 x^2dx = (125-27)/3 = 98/3$.

Q55

(HOTS) إذا كانت $\int_0^3 |x-k|dx = 2.5$ حيث $0 < k < 3$، فإن قيم k:

(HOTS) Find possible values for k.

a 1 2 g ✓	b فقط 1
c فقط 2	d 1.5

السبب: $0.5k^2 + 0.5(3-k)^2 = 2.5 \implies k = 1, 2$.

Q56

(HOTS) باستخدام إكمال المربع والهندسة، احسب $\int_0^4 \sqrt{4x-x^2}dx$.

(HOTS) Evaluate $\int_0^4 \sqrt{4x-x^2}dx$.

a 2π ✓	b 4π
c 8π	d π

السبب: نصف دائرة مركزها (2,0) ونصف قطرها 2. المساحة 2π.

Q57

(HOTS) أوجد قيم c في نظرية القيمة المتوسطة لـ $f(x) = |x-2|$ على $[0,4]$.

(HOTS) Find c for MVT for $f(x) = |x-2|$ on $[0,4]$.

a 1 3 g ✓	b 2
c 0 4 g	d 1.5 2.5 g

السبب: المتوسط = 1. $|c-2| = 1 \implies c = 1, 3$.

Q58

(HOTS) إذا كانت f متصلة و $\int_0^4 f(x)dx = 10$، فإن $\int_0^4 f(4-x)dx$:

(HOTS) Evaluate $\int_0^4 f(4-x)dx$.

a 10 ✓	b -10
c 0	d 20

السبب: خاصية التماثل (الإزاحة والانعكاس) تحافظ على المساحة = 10.

Q59

(HOTS) إذا كانت $\int_0^1 f(x)dx = 3$، فإن $\int_{-1}^1 f(|x|)dx$ تساوي:

(HOTS) Evaluate $\int_{-1}^1 f(|x|)dx$.

a 6 ✓	b 3
c 0	d 1.5

السبب: الدالة $f(|x|)$ زوجية، فالتكامل يضرب في 2 $\implies$ 6.

Q60

(HOTS) أي التكاملين مساحته أكبر؟ $A = \int_0^1 x^2dx$ أم $B = \int_0^1 x^3dx$؟

(HOTS) Compare $A = \int_0^1 x^2dx$ and $B = \int_0^1 x^3dx$.

a $A > B$ ✓	b $A < B$
c $A = B$	d لا يمكن المقارنة

السبب: في $[0,1]$، $x^2 \geq x^3$ دائماً.

Click to edit