

بَنكِ أَيْسَلَةُ الرِّيَاضِيَّاتِ المِتَّقَدِمَةُ

ADVANCED MATHEMATICS QUESTION & ANSWER BANK

الصف الثاني عشر

12th Grade

5-6 Integration by Substitution

Answer Key & Solution
x-domain

Let $u = g(x)$

u-domain

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x) dx = \int_{u(a)}^{u(b)} f(u) du$$

$$du = g'(x) dx$$

u-domain .

إعداد: مجدي السيد

Prepared by Magdy Elsayed

www.magdymath.com

بنك أسئلة الوحدة الخامسة // الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q2

ناتج التكامل $\int x^2(x^3 - 5)^6 dx$ هو:

Evaluate $\int x^2(x^3 - 5)^6 dx$:

- a $\frac{1}{21}(x^3 - 5)^7 + C$ ✓ b $\frac{1}{7}(x^3 - 5)^7 + C$
 c $\frac{1}{3}(x^3 - 5)^7 + C$ d $\frac{1}{18}(x^3 - 5)^6 + C$

السبب: نفرض $u = x^3 - 5 \Rightarrow du = 3x^2 dx$ ونقسم على 3.

Q1

قيمة التكامل $\int 2x(x^2 + 1)^4 dx$ تساوي:

Evaluate $\int 2x(x^2 + 1)^4 dx$:

- a $\frac{1}{5}(x^2 + 1)^5 + C$ ✓ b $\frac{1}{4}(x^2 + 1)^5 + C$
 c $(x^2 + 1)^5 + C$ d $\frac{1}{5}x^2(x^2 + 1)^5 + C$

السبب: نفرض $u = x^2 + 1 \Rightarrow du = 2x dx$ ونطبق قاعدة القوة.

Q4

ناتج التكامل $\int 4x^3 \sqrt{x^4 + 2} dx$ هو:

Evaluate $\int 4x^3 \sqrt{x^4 + 2} dx$:

- a $\frac{2}{3}(x^4 + 2)^{3/2} + C$ ✓ b $\frac{3}{2}(x^4 + 2)^{3/2} + C$
 c $(x^4 + 2)^{3/2} + C$ d $\frac{1}{2}(x^4 + 2)^{1/2} + C$

السبب: نفرض $u = x^4 + 2 \Rightarrow du = 4x^3 dx$.

Q3

قيمة $\int (3x - 2)^5 dx$ تساوي:

Evaluate $\int (3x - 2)^5 dx$:

- a $\frac{1}{18}(3x - 2)^6 + C$ ✓ b $\frac{1}{8}(3x - 2)^6 + C$
 c $\frac{1}{3}(3x - 2)^6 + C$ d $(3x - 2)^6 + C$

السبب: نفرض $u = 3x - 2 \Rightarrow du = 3 dx$ ونضرب في 1/3.

Q6

ناتج التكامل $\int x \sqrt{x - 1} dx$ هو:

Evaluate $\int x \sqrt{x - 1} dx$:

- a $\frac{2}{5}(x - 1)^{5/2} + \frac{2}{3}(x - 1)^{3/2} + C$ ✓ b $\frac{2}{5}(x - 1)^{5/2} - \frac{2}{3}(x - 1)^{3/2} + C$
 c $\frac{2}{3}(x - 1)^{3/2} + C$ d $\frac{1}{5}(x - 1)^{5/2} + C$

السبب: تعويض خطي: $u = x - 1 \Rightarrow x = u + 1$ ونوزع.

Q5

قيمة $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 9}} dx$:

- a $\sqrt{x^2 - 9} + C$ ✓ b $2\sqrt{x^2 - 9} + C$
 c $\frac{1}{2}\sqrt{x^2 - 9} + C$ d $\frac{-1}{\sqrt{x^2 - 9}} + C$

السبب: نفرض $u = x^2 - 9 \Rightarrow du = 2x dx$ ونقسم على 2.

Q8

ناتج التكامل $\int \sin x \cos^3 x dx$ هو:

Evaluate $\int \sin x \cos^3 x dx$:

- a $-\frac{1}{4}\cos^4 x + C$ ✓ b $\frac{1}{4}\cos^4 x + C$
 c $\frac{1}{4}\sin^4 x + C$ d $-\frac{1}{3}\cos^3 x + C$

السبب: نفرض $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$.

Q7

قيمة $\int \frac{t^2}{(t^3 + 1)^2} dt$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{t^2}{(t^3 + 1)^2} dt$:

- a $\frac{-1}{3(t^3 + 1)} + C$ ✓ b $\frac{1}{3(t^3 + 1)} + C$
 c $\frac{-3}{(t^3 + 1)} + C$ d $\frac{-1}{t^3 + 1} + C$

السبب: نفرض $u = t^3 + 1 \Rightarrow du = 3t^2 dt$.

Q10

تكامل الدالة $\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2} dx$ يعطي:

Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x+1})^2} dx$:

- a $\frac{-2}{\sqrt{x+1}} + C$ ✓ b $\frac{2}{\sqrt{x+1}} + C$
 c $\frac{-1}{2(\sqrt{x+1})} + C$ d $\frac{-1}{\sqrt{x+1}} + C$

السبب: نفرض $u = \sqrt{x+1} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$.

Q9

قيمة $\int \sec^2 x \tan^2 x dx$ تساوي:

Evaluate $\int \sec^2 x \tan^2 x dx$:

- a $\frac{1}{3}\tan^3 x + C$ ✓ b $\frac{1}{3}\sec^3 x + C$
 c $\tan^3 x + C$ d $\frac{1}{2}\tan^2 x + C$

السبب: نفرض $u = \tan x \Rightarrow du = \sec^2 x dx$.

بنك أسئلة الوحدة الخامسة /// الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q12

ناتج التكامل $\int x e^{x^2} dx$ هو:

Evaluate $\int x e^{x^2} dx$:

a $\frac{1}{2} e^{x^2} + C$ ✓

b $2e^{x^2} + C$

c $e^{x^2} + C$

d $\frac{1}{3} x^3 e^{x^2} + C$

السبب: نفرض $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$ ونقسم على 2.

Q11

قيمة $\int e^{5x} dx$ تساوي:

Evaluate $\int e^{5x} dx$:

a $\frac{1}{5} e^{5x} + C$ ✓

b $5e^{5x} + C$

c $e^{5x} + C$

d $\frac{1}{8} e^{6x} + C$

السبب: تكامل الدالة الأسية نقسم على مشتقة الأس 5.

Q14

ناتج التكامل $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$:

a $2e^{\sqrt{x}} + C$ ✓

b $\frac{1}{2} e^{\sqrt{x}} + C$

c $e^{\sqrt{x}} + C$

d $e^x + C$

السبب: نفرض $u = \sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

Q13

قيمة $\int e^{x/3} dx$ تساوي:

Evaluate $\int e^{x/3} dx$:

a $3e^{x/3} + C$ ✓

b $\frac{1}{3} e^{x/3} + C$

c $e^{x/3} + C$

d $-3e^{x/3} + C$

السبب: نقسم على مشتقة الأس (1/3) أي نضرب في 3.

Q16

ناتج التكامل $\int 3^{2x} dx$ هو:

Evaluate $\int 3^{2x} dx$:

a $\frac{3^{2x}}{2 \ln 3} + C$ ✓

b $\frac{3^{2x}}{\ln 3} + C$

c $2 \ln 3 \cdot 3^{2x} + C$

d $\frac{3^{2x+1}}{2x+1} + C$

السبب: تكامل الدالة الأسية لأساس غير e نقسم على ln الأساس ومسار الأس.

Q15

قيمة $\int e^{\sin x} \cos x dx$ تساوي:

Evaluate $\int e^{\sin x} \cos x dx$:

a $e^{\sin x} + C$ ✓

b $e^{\cos x} + C$

c $-e^{\sin x} + C$

d $\sin(e^x) + C$

السبب: نفرض $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$

Q18

تكامل الدالة $\int e^x \sqrt{e^x - 2} dx$ يعطي:

Evaluate $\int e^x \sqrt{e^x - 2} dx$:

a $\frac{2}{3} (e^x - 2)^{3/2} + C$ ✓

b $\frac{3}{2} (e^x - 2)^{3/2} + C$

c $(e^x - 2)^{3/2} + C$

d $\frac{1}{2} (e^x - 2)^{1/2} + C$

السبب: نفرض $u = e^x - 2 \Rightarrow du = e^x dx$

Q17

قيمة $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{e^x}{e^x + 1} dx$:

a $\ln(e^x + 1) + C$ ✓

b $e^x + x + C$

c $\frac{1}{e^x + 1} + C$

d $e^x \ln(e^x + 1) + C$

السبب: البسط مشتقة المقام، إذن الناتج ln المقام.

Q20

ناتج $\int x^2 e^{x^3+1} dx$ هو:

Evaluate $\int x^2 e^{x^3+1} dx$:

a $\frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$ ✓

b $3e^{x^3+1} + C$

c $e^{x^3+1} + C$

d $\frac{1}{4} x^3 e^{x^3+1} + C$

السبب: نفرض $u = x^3 + 1 \Rightarrow du = 3x^2 dx$

Q19

قيمة $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$ تساوي:

Evaluate $\int (e^x + e^{-x})^2 dx$:

a $\frac{1}{2} e^{2x} - \frac{1}{2} e^{-2x} + 2x + C$ ✓

b $e^{2x} + e^{-2x} + 2x + C$

c $\frac{1}{3} (e^x + e^{-x})^3 + C$

d $e^{2x} - e^{-2x} + C$

السبب: ن فك التربيع أولاً ثم نكامل كل حد.

بنك أسئلة الوحدة الخامسة // الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q22

ناتج التكامل $\int \frac{2x}{x^2-5} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{2x}{x^2-5} dx$:

- a $\ln|x^2-5| + C$ ✓ b $2 \ln|x^2-5| + C$
 c $\frac{1}{2} \ln|x^2-5| + C$ d $(x^2-5)^{-1} + C$

السبب: البسط مشتقة المقام تماماً، الناتج \ln المقام.

Q21

قيمة $\int \frac{3}{3x+2} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{3}{3x+2} dx$:

- a $\ln|3x+2| + C$ ✓ b $3 \ln|3x+2| + C$
 c $\frac{1}{3} \ln|3x+2| + C$ d $\frac{-3}{(3x+2)^2} + C$

السبب: البسط مشتقة المقام تماماً، الناتج \ln المقام.

Q24

ناتج التكامل $\int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{\sec^2 x}{\tan x} dx$:

- a $\ln|\tan x| + C$ ✓ b $\ln|\sec x| + C$
 c $\tan^2 x + C$ d $\frac{1}{2} \ln|\tan x| + C$

السبب: البسط $\sec^2 x$ هو مشتقة المقام $\tan x$.

Q23

قيمة $\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{x^2}{x^3+8} dx$:

- a $\frac{1}{3} \ln|x^3+8| + C$ ✓ b $3 \ln|x^3+8| + C$
 c $\ln|x^3+8| + C$ d $\frac{-1}{x^3+8} + C$

السبب: نضرب ونقسم على 3 لنوفر مشتقة المقام.

Q26

ناتج التكامل $\int \frac{\cos x}{2+\sin x} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{\cos x}{2+\sin x} dx$:

- a $\ln|2+\sin x| + C$ ✓ b $-\ln|2+\sin x| + C$
 c $\frac{1}{2} \ln|2+\sin x| + C$ d $2+\sin x + C$

السبب: مشتقة المقام $\cos x$ موجودة في البسط.

Q25

قيمة $\int \frac{1}{x \ln x} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{1}{x \ln x} dx$:

- a $\ln|\ln x| + C$ ✓ b $\frac{(\ln x)^2}{2} + C$
 c $\ln|x| + C$ d $\frac{-1}{(\ln x)^2} + C$

السبب: نفرض $u = \ln x \Rightarrow du = 1/x dx$

Q28

تكامل الدالة $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$ يعطي:

Evaluate $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$:

- a $\ln(e^x + e^{-x}) + C$ ✓ b $e^x + e^{-x} + C$
 c $\ln(e^x - e^{-x}) + C$ d $\frac{(e^x - e^{-x})^2}{2} + C$

السبب: البسط هو مشتقة المقام تماماً.

Q27

قيمة $\int \frac{x^3+x}{x^4+2x^2} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{x^3+x}{x^4+2x^2} dx$:

- a $\frac{1}{4} \ln|x^4+2x^2| + C$ ✓ b $\frac{1}{2} \ln|x^4+2x^2| + C$
 c $4 \ln|x^4+2x^2| + C$ d $\ln|x^4+2x^2| + C$

السبب: نضرب البسط في 4 ونقسم على 4 لنوفر المشتقة.

Q30

ناتج $\int \cot x dx$ هو:

Evaluate $\int \cot x dx$:

- a $\ln|\sin x| + C$ ✓ b $-\ln|\sin x| + C$
 c $\ln|\cos x| + C$ d $-\ln|\csc x| + C$

السبب: $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$ البسط مشتقة المقام.

Q29

قيمة $\int \tan(2x) dx$ تساوي:

Evaluate $\int \tan(2x) dx$:

- a $-\frac{1}{2} \ln|\cos 2x| + C$ ✓ b $\frac{1}{2} \ln|\cos 2x| + C$
 c $-\ln|\cos 2x| + C$ d $\ln|\sec 2x| + C$

السبب: $\tan 2x = \frac{\sin 2x}{\cos 2x}$ نوفر سالب ومشتقة الزاوية.

بنك أسئلة الوحدة الخامسة // الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q32

نتاج التكامل $\int \cos(x/2)dx$ هو:

Evaluate $\int \cos(x/2)dx$:

a $2 \sin(x/2) + C$ ✓

b $\frac{1}{2} \sin(x/2) + C$

c $-2 \sin(x/2) + C$

d $2 \cos(x/2) + C$

السبب: نقسم على مشتقة الزاوية 1/2 (نضرب في 2).

Q31

قيمة $\int \sin(4x)dx$ تساوي:

Evaluate $\int \sin(4x)dx$:

a $-\frac{1}{4} \cos(4x) + C$ ✓

b $\frac{1}{4} \cos(4x) + C$

c $-4 \cos(4x) + C$

d $\frac{1}{4} \sin(4x) + C$

السبب: نكامل الساين لسايب كوساين ونقسم على مشتقة الزاوية 4.

Q34

نتاج التكامل $\int x \sin(x^2)dx$ هو:

Evaluate $\int x \sin(x^2)dx$:

a $-\frac{1}{2} \cos(x^2) + C$ ✓

b $\frac{1}{2} \cos(x^2) + C$

c $-2 \cos(x^2) + C$

d $-\cos(x^2) + C$

السبب: نفرض $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$

Q33

قيمة $\int \sec^2(3x)dx$ تساوي:

Evaluate $\int \sec^2(3x)dx$:

a $\frac{1}{3} \tan(3x) + C$ ✓

b $3 \tan(3x) + C$

c $\frac{1}{3} \sec(3x) + C$

d $\tan(3x) + C$

السبب: نقسم على مشتقة الزاوية 3.

Q36

نتاج التكامل $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$:

a $2 \sin \sqrt{x} + C$ ✓

b $\frac{1}{2} \sin \sqrt{x} + C$

c $\sin \sqrt{x} + C$

d $-2 \sin \sqrt{x} + C$

السبب: نفرض $u = \sqrt{x} \Rightarrow du = \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

Q35

قيمة $\int \csc^2(1-x)dx$ تساوي:

Evaluate $\int \csc^2(1-x)dx$:

a $\cot(1-x) + C$ ✓

b $-\cot(1-x) + C$

c $\tan(1-x) + C$

d $-\csc(1-x) + C$

السبب: نقسم على مشتقة الزاوية (-1).

Q38

تكامل الدالة $\int e^x \sec(e^x) \tan(e^x) dx$ يعطي:

Evaluate $\int e^x \sec(e^x) \tan(e^x) dx$:

a $\sec(e^x) + C$ ✓

b $e^x \sec(e^x) + C$

c $\tan(e^x) + C$

d $\ln |\sec(e^x)| + C$

السبب: نفرض $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$

Q37

قيمة $\int \sec x \tan x dx$ تساوي:

Evaluate $\int \sec x \tan x dx$:

a $\sec x + C$ ✓

b $\tan x + C$

c $\ln |\sec x| + C$

d $\frac{1}{2} \sec^2 x + C$

السبب: تكامل مباشر من قوانين المشتقات الأساسية.

Q40

نتاج $\int \cos^4 x \sin x dx$ هو:

Evaluate $\int \cos^4 x \sin x dx$:

a $-\frac{1}{5} \cos^5 x + C$ ✓

b $\frac{1}{5} \cos^5 x + C$

c $\frac{1}{5} \sin^5 x + C$

d $-\frac{1}{4} \cos^4 x + C$

السبب: نفرض $u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$

Q39

قيمة $\int \sin^2 x \cos x dx$ تساوي:

Evaluate $\int \sin^2 x \cos x dx$:

a $\frac{1}{3} \sin^3 x + C$ ✓

b $\frac{1}{3} \cos^3 x + C$

c $-\frac{1}{3} \sin^3 x + C$

d $\sin^3 x + C$

السبب: نفرض $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$

بنك أسئلة الوحدة الخامسة // الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q42

ناتج التكامل $\int \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{16-x^2}} dx$:

a $\sin^{-1}(\frac{x}{4}) + C$ ✓

b $\frac{1}{4} \sin^{-1}(\frac{x}{4}) + C$

c $\cos^{-1}(\frac{x}{4}) + C$

d $\frac{1}{2} \sqrt{16-x^2} + C$

السبب: تكامل مباشر يعطي \sin^{-1} مع $a = 4$.

Q41

قيمة $\int \frac{1}{x^2+9} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{1}{x^2+9} dx$:

a $\frac{1}{3} \tan^{-1}(\frac{x}{3}) + C$ ✓

b $\tan^{-1}(\frac{x}{3}) + C$

c $\frac{1}{9} \tan^{-1}(x) + C$

d $\ln(x^2+9) + C$

السبب: تكامل مباشر يعطي \tan^{-1} مع $a = 3$.

Q44

ناتج التكامل $\int \frac{x}{x^4+1} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{x}{x^4+1} dx$:

a $\frac{1}{2} \tan^{-1}(x^2) + C$ ✓

b $\tan^{-1}(x^2) + C$

c $\frac{1}{4} \ln(x^4+1) + C$

d $\frac{1}{2} \sin^{-1}(x^2) + C$

السبب: نفرض $u = x^2 \Rightarrow du = 2x dx$ للوصول لـ \tan^{-1} .

Q43

قيمة $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$:

a $\tan^{-1}(e^x) + C$ ✓

b $\frac{1}{2} \ln(1+e^{2x}) + C$

c $e^x \tan^{-1}(e^x) + C$

d $\sin^{-1}(e^x) + C$

السبب: نفرض $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$ للوصول لصيغة التان العكسية.

Q46

ناتج التكامل $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{\cos x}{1+\sin^2 x} dx$:

a $\tan^{-1}(\sin x) + C$ ✓

b $\ln(1+\sin^2 x) + C$

c $\sin^{-1}(\cos x) + C$

d $-\tan^{-1}(\sin x) + C$

السبب: نفرض $u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$.

Q45

قيمة $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}} dx$ تساوي:

Evaluate $\int \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}} dx$:

a $\frac{1}{2} \sec^{-1}(\frac{x}{2}) + C$ ✓

b $\sec^{-1}(\frac{x}{2}) + C$

c $\sin^{-1}(\frac{x}{2}) + C$

d $\frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{x}{2}) + C$

السبب: تكامل مباشر يعطي \sec^{-1} مع $a = 2$.

Q48

تكمال الدالة $\int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$ يعطي:

Evaluate $\int \frac{1}{\sqrt{2x-x^2}} dx$:

a $\sin^{-1}(x-1) + C$ ✓

b $\cos^{-1}(x-1) + C$

c $\sqrt{2x-x^2} + C$

d $\tan^{-1}(x-1) + C$

السبب: إكمال مربع لما تحت الجذر: $1 - (x-1)^2$.

Q47

قيمة $\int \frac{1}{x^2-6x+13} dx$ (بإكمال المربع) تساوي:

Evaluate using completing the square:

a $\frac{1}{2} \tan^{-1}(\frac{x-3}{2}) + C$ ✓

b $\tan^{-1}(\frac{x-3}{2}) + C$

c $\frac{1}{2} \ln(x^2-6x+13) + C$

d $\sin^{-1}(\frac{x-3}{2}) + C$

السبب: إكمال مربع للمقام: $(x-3)^2 + 4$.

Q50

ناتج $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$ هو:

Evaluate $\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}} dx$:

a $\sin^{-1}(e^x) + C$ ✓

b $\cos^{-1}(e^x) + C$

c $\tan^{-1}(e^x) + C$

d $-\sqrt{1-e^{2x}} + C$

السبب: نفرض $u = e^x \Rightarrow du = e^x dx$ لصيغة السايين العكسية.

Q49

قيمة $\int \frac{1}{x \ln x \sqrt{(\ln x)^2-1}} dx$ تساوي:

Evaluate the integral:

a $\sec^{-1}(\ln x) + C$ ✓

b $\tan^{-1}(\ln x) + C$

c $\sin^{-1}(\ln x) + C$

d $\ln(\sqrt{(\ln x)^2-1}) + C$

السبب: نفرض $u = \ln x \Rightarrow du = 1/x dx$.

بنك أسئلة الوحدة الخامسة // الدرس السادس: التكامل بالتعويض

Q52

نتاج التكامل $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$ هو:

Evaluate $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx$:

- a $\frac{1}{3}$ ✓ b $-\frac{1}{3}$
c 0 d 1

السبب: تكامل لنحصل على $-\frac{1}{3} \cos^3 x$ ونعوض.

Q51

قيمة التكامل المحدود $\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$ تساوي:

Evaluate the definite integral $\int_0^1 x(x^2 + 1)^3 dx$:

- a $\frac{15}{8}$ ✓ b $\frac{16}{8}$
c $\frac{1}{8}$ d 2

السبب: تكامل لنحصل على $\frac{1}{8}(x^2 + 1)^4$ ثم نعوض بالحدود.

Q54

نتاج التكامل $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$ هو:

Evaluate $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$:

- a $\frac{1}{3}$ ✓ b $\frac{1}{2}$
c 1 d e

السبب: نفرض $u = \ln x$ فتتغير الحدود من 0 إلى 1.

Q53

قيمة $\int_1^2 2xe^{x^2} dx$ تساوي:

Evaluate $\int_1^2 2xe^{x^2} dx$:

- a $e^4 - e$ ✓ b e^4
c $e^2 - e$ d $e^4 - 1$

السبب: تكامل لنحصل على e^{x^2} ونعوض بالحدود.

Q56

(HOTS) إذا كان $\int_0^k 2xe^{x^2} dx = e^9 - 1$ فإن k تساوي:

If $\int_0^k 2xe^{x^2} dx = e^9 - 1$, find $k > 0$:

- a 3 ✓ b 9
c $\sqrt{3}$ d 81

السبب: التعويض يعطي $k = 3$ لأن $e^{k^2} - 1 = e^9 - 1$.

Q55

قيمة $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$ تساوي:

Evaluate $\int_0^1 \frac{x}{x^2+1} dx$:

- a $\frac{1}{2} \ln 2$ ✓ b $\ln 2$
c $\frac{\pi}{4}$ d 1

السبب: التكامل هو $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$ ونعوض.

Q58

(HOTS) تكامل الدالة $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$ يعطي:

Evaluate $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx$:

- a $\frac{\pi}{6}$ ✓ b $\frac{\pi}{4}$
c $\frac{\pi}{3}$ d $\frac{1}{2}$

السبب: التكامل هو $\sin^{-1} x$ نعوض $\sin^{-1}(1/2) = \pi/6$.

Q57

(HOTS) قيمة التكامل $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$ تساوي:

Evaluate $\int_0^{\sqrt{\pi}} x \sin(x^2) dx$:

- a 1 ✓ b 0
c $\frac{1}{2}$ d -1

السبب: تكامل لنحصل على $-\frac{1}{2} \cos(x^2)$ ونعوض.

Q60

(HOTS) قيمة $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$ تمثل الزاوية:

Evaluate $\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$:

- a $\frac{\pi}{4}$ ✓ b $\frac{\pi}{2}$
c π d $\frac{\pi}{6}$

السبب: التكامل هو $\tan^{-1} x$ نعوض لنحصل على $\pi/4$.

Q59

(HOTS) باستخدام التعويض $u = \sqrt{x}$ ، التكامل $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ يصبح:

Using $u = \sqrt{x}$, the integral becomes:

- a $2 \int_1^2 e^u du$ ✓ b $\int_1^2 e^u du$
c $2 \int_1^4 e^u du$ d $\int_1^4 e^u du$

السبب: بتغيير الحدود عندما $x = 1 \Rightarrow u = 1$ و $x = 4 \Rightarrow u = 2$.